

Малиновская Галина Михайловна,
старший преподаватель кафедры математики
и методики обучения математике

Метод математического моделирования как алгебраический способ решения задач

1. Понятие математической задачи.
2. Структура задачи.
3. Метод математического моделирования при решении текстовых задач.
4. Процесс решения задачи.

Понятие математической задачи

- Задачей называют ситуацию с известным начальным состоянием системы и конечным состоянием системы, причём алгоритм достижения конечного состояния от начального известен (в отличие от проблемы, в случае которой алгоритм достижения конечного состояния системы не известен).

- ЗАДАЧА [problem] в самой общей «канонической» форме – это логическое высказывание вида: «Дано $У$ (т. е. заданные условия), требуется $Ц$ (достижение некоторой цели)»; записывается: $\langle У; Ц \rangle$. Если известны только условия, но неизвестна цель, то высказывание $\langle У; \rightarrow \rangle$ образует неполную задачу, называемую ситуацией. В противоположном случае - тоже неполную задачу, называемую проблемой: $\langle \rightarrow; Ц \rangle$.

- Задача познавательная, учебное задание, предполагающее поиск новых знаний, способов (умений) и стимуляцию активного использования в обучении связей, отношений, доказательств.
- Задача – проблемная ситуация с явно заданной целью, которую необходимо достичь; в более узком смысле задачей также называют саму эту цель, данную в рамках проблемной ситуации, то есть то, что требуется сделать.

М. Фридман тесно связывает понятие задачи с понятием проблемной ситуации считает, что «генезис задачи можно рассматривать как

моделирование проблемной ситуации, в которую попадает субъект в процессе своей деятельности, а саму задачу – как модель проблемной ситуации, выраженной с помощью знаков некоторого естественного или искусственного языка».

- Задачей также называют цель (требование), заданную в определенных условиях.

- Школьной математической задачей будем называть требование или вопрос, на которые нужно найти ответ, опираясь на заданные условия.

- Текст любой задачи состоит из условия и требования (заключения).

Приведем пример задачи. В произвольном треугольнике проведен отрезок параллельно одной из сторон (концы отрезка лежат на двух других сторонах треугольника). Докажите, что два треугольника с общей вершиной подобны.

Структура задачи

Структура задачи (1 вариант):

- условие – предметная область задачи (объекты) и отношения между объектами;

- обоснование (базис) – теоретические или практические основы перехода от условия к заключению посредством операций, которые составляют решение задачи:

- решение (оператор) – совокупность действий (операций), которую нужно произвести над известными компонентами, чтобы выполнить требование, выраженное в заключении;

- заключение – требование отыскать неизвестные компоненты, проверить правильность, построить, доказать и т.д.

Структура задачи (2 вариант):

- объект задачи (предмет, явление, событие, процесс);

- закон процесса, описываемого в задаче (зависимость между величинами задачи); тип соотношения, характеризующий описанное в задаче явление;
- величины, характеризующие количественную ситуацию задачи; какие величины и какие их значения заданы явно и неявно, каков характер каждого из этих значений;
- моменты (случаи, эпизоды), рассматриваемые в задаче.

Решение задачи.

В сложившейся практике термин «решение задачи» понимается в трёх смыслах:

- решение задачи как план (способ, метод) осуществления требования задачи;
- решение задачи как процесс осуществления требования задачи;
- решение задачи как результат выполнения плана решения задачи.

Процесс решения сюжетных задач основан на методе моделирования.

Метод математического моделирования при решении текстовых задач

Моделирование в литературе рассматривается как:

- 1) метод исследования объектов на их моделях – аналогах определенного фрагмента природной или социальной реальности;
- 2) построение и изучение моделей реально существующих предметов и явлений (органической и неорганической систем, инженерных устройств, разнообразных процессов – физических, химических, биологических, социальных) и конструируемых объектов.

Моделирование в обучении имеет два аспекта: моделирование как содержание, которое учащиеся должны усвоить, и моделирование как учебное действие, без которого невозможно полноценное обучение.

Моделирование – действие, заключающееся в получении объективно новой информации за счет оперирования знаково-символическими

средствами, в которых представлены структурные, функциональные, генетические связи (на уровне сущности).

Моделирование – опосредованное практическое и теоретическое исследование объекта, при котором непосредственно изучается не сам объект, а вспомогательная система, находящаяся в некотором объективном соответствии с познаваемым объектом, способная его замещать в определенном отношении и дающая при его исследовании информацию о самом моделируемом объекте.

Все естественные и общественные науки, использующие математический аппарат, по сути, занимаются математическим моделированием: заменяют объект исследования его математической моделью и затем изучают последнюю.

Основные этапы метода математического моделирования (1 вариант)

1) Построение модели. Рассматривается некоторый чаще всего «нематематический» объект – явление природы, конструкция, и т. д.

Выявляются основные характеристики объекта и зависимости между ними. Найденные зависимости формулируются на языке математики (математическая задача, модель).

2) Решение математической задачи, к которой приводит модель исследуемого явления.

3) Интерпретация полученных следствий из математической модели. Интерпретация на язык области происхождения модели.

4) Проверка адекватности модели: выясняется, согласуются ли результаты решения математической задачи с основными теоретическими положениями области происхождения модели, экспериментальными данными.

5) Модификация модели. На этом этапе происходит либо усложнение модели, чтобы она была более адекватной действительности, либо ее упрощение ради достижения практически приемлемого решения.

Основные этапы метода математического моделирования (2 вариант):

- этап формализации (математизации), то есть построения математической модели фрагмента действительности;
- этап внутри модельного решения (изучения математической модели), то есть построения математической теории, описывающей свойства математической модели;
- этап оценки на практике полученного решения, то есть приложения полученных результатов к реальному миру.

Все этапы решения задачи логически связаны между собой.

Как выявление зависимостей между величинами, так и перевод этих зависимостей на математический язык требует напряженной аналитико-синтетической мыслительной деятельности. Успех в этой деятельности зависит, в частности, от того, знают ли учащиеся, в каких отношениях вообще могут находиться эти величины, и понимают ли они реальный смысл этих отношений.

Процесс решения задачи.

Выделим основные этапы в решении текстовой задачи:

- Усвоение содержания задачи;
- Поиск плана, способа, метода решения задачи;
- Реализация плана решения;
- Проверка правильности результата и выбор ответа.

Усвоение содержания задачи (анализ текста задачи). Цель этапа усвоения содержания задачи является выделение условия и требования задачи, оформление краткой записи (на естественном языке, в виде чертежа, схемы, рисунка). На этом этапе обязательны вопросы: какие слова не понятны в тексте? Как Вы понимаете такой-то термин? О чём задача? Какие существуют зависимости между величинами, о которых говорится в задаче?

На этапе поиска плана, способа, метода решения задачи основная цель этапа – создание плана решения (представлен может быть в устной форме, в форме схемы или модели). Поиск может быть реализован синтетическим путём – от условия к требованию или аналитическим путем – от требования к

условию. Широко применяются эвристики: решалась ли уже аналогичная задача? К какому виду относится задача? Как можно переформулировать задачу? и др.

На этапе реализации плана решения происходит запись решения задачи. Единых требований нет. Но при записи решения геометрической задачи обязательно обоснование каждого шага. Обязательным элементом является запись ответа к задаче (ответ именно на вопрос задачи).

На этапе проверки правильности результата и выбора ответа используются следующие способы проверки:

- прикидка;
- соотнесение полученного результата с условием;
- составление и решение обратной задачи;
- решение задачи другим способом.

Литература:

1. Методика обучения математике. В 2 ч. Часть 1.: учебник для академического бакалавриата / под ред. Н.С. Подходовой, В.И. Снегуровой. – Москва : Издательство Юрайт, 2017. – 274 с.
2. Методика и технология обучения математике: лабораторный практикум: учебное пособие для студентов математических факультетов педагогических университетов / Н. Л. Стефанова [и др.] ; науч. ред. и авт. предисл. В. В. Орлов. – Москва : Дрофа, 2007. – 319 с.

Интернет – ресурсы:

1. Федеральный портал «Российское образование» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.edu.ru>.
2. Фестиваль педагогических идей «Открытый урок» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://xn--i1abnckbmcl9fb.xn--p1ai>.