

Малиновская Галина Михайловна,  
старший преподаватель кафедры математики  
и методики обучения математике

## **Решение различных видов текстовых задач методом математического моделирования.**

1. Метод математического моделирования.
2. Типология задач.
3. Различные виды текстовых задач школьного курса алгебры.
4. Функции задач в обучении математике.

### **Метод математического моделирования**

Математическая модель – это приближённое описание какого-нибудь класса явлений, выраженное на языке какой-нибудь математической теории (с помощью алгебраических уравнений и неравенств или их систем, функций, системы геометрических предложений, векторов и т.п.).

Для решения задачи методом уравнений необходимо:

1. Провести разбор задачи с целью выбора основного неизвестного и выявления зависимости между величинами, а также выражения этих зависимостей на математическом языке в форме двух алгебраических выражений (одно из них может быть уже заданным);

2. Найти основание для соединения этих выражений знаком « $\Leftrightarrow$ » и составить уравнение;

3. Найти решения полученного уравнения; выяснить, нет ли среди них решений, посторонних для задачи; установить, исчерпывают ли решения уравнения все решения задачи.

Все эти этапы решения задачи логически связаны между собой.

Как выявление зависимостей между величинами, так и перевод этих зависимостей на математический язык требует напряженной аналитико-синтетической мыслительной деятельности. Успех в этой деятельности зависит, в частности, от того, знают ли учащиеся, в каких отношениях

вообще могут находиться эти величины, и понимают ли они реальный смысл этих отношений.

Далее требуется понимание, каким, именно математическим действием или свойством действия или какой связью (зависимостью) между компонентами и результатом действия и т.д. может быть описано то или иное конкретное отношение.

При выполнении алгоритма решения задач с помощью метода математического моделирования должны соблюдаться следующие требования:

1. Модель должна адекватно отражать наиболее существенные (с точки зрения определенной постановки задачи) свойства объекта, отвлекаясь от несущественных его свойств;
2. Модель должна иметь определенную область применимости, обусловленную принятыми при её построении допущениями;
3. Модель должна позволять получать новые знания об изучаемом объекте.

При решении текстовых задач осуществляется переход от словесного описания к математическому. Процесс построения математических моделей оптимизации можно условно разбить на следующие основные этапы:

- I этап – Составление математической модели;
- II этап – Работа с математической моделью;
- III этап – Ответ на вопрос задачи.

### **Типология задач.**

Единой типологии задач не существует.

- По характеру объектов предметной области задачи делятся на чисто математические («решить уравнение») и прикладные или практические задачи (сюжетные задачи: в тексте задачи описано некоторое явление, процесс, событие).
- По характеру требования задачи различают: вычислительные; на построение некоторого объекта, на доказательство.

Характеристики задач.

- Сложность – объективная характеристика задачи и зависит от количества связей, их характера, формулировки задачи, конструкции текста.
- Трудность задачи – субъективная характеристика задачи и зависит от субъектного опыта обучающегося, который включает его знания предмета, учебные и интеллектуальные умения, жизненные представления, настроение и т.д.

### **Различные виды текстовых задач школьного курса алгебры**

Среди задач, изложенных в курсе алгебры, выделим следующие типы задач, на которых остановимся подробнее:

- задачи на сплавы и смеси;
- задачи на движение;
- задачи на работу.

#### *Задачи на сплавы и смеси*

При решении задач на сплавы и смеси будем составлять вспомогательную таблицу, где процент концентрации будем переводить в «реальные единицы», то есть литры или килограммы. Так как в задачах чаще всего рассматривается два (три) сплава/смеси и их общий сплав/смесь, то уравнение будем составлять по второму столбику таблицы.

Пример. В сосуд, содержащий 5 литров 12–процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение.

	% вещества	литры вещества	масса раствора, литры
1 раствор	12%	$5:100 \cdot 12$	5
2 раствор	0%	0	7
1+2 раствор	x%	$12:100 \cdot x$	12

$$5:100 \cdot 12 = 0,05 \cdot 12 = 0,6 \text{ (литра) - вещества в 1 растворе}$$

$$12:100 \cdot x = 0,12x \text{ (литра) - вещества в 1+2 растворе}$$

Составляем уравнение:  $0,6+0=0,12x$

В результате решения уравнения получаем  $x=5(\%)$

Ответ: 5%.

### *Задачи на движение.*

При решении задач на движение будем использовать формулу взаимосвязи между расстоянием ( $S$ ), скоростью ( $V$ ) и временем ( $t$ ):  $S=V \cdot t$ .

При составлении уравнения будем придерживаться следующего:

- скорость, время и расстояние должны быть в соотносимых единицах измерения (как правило: скорость в км/ч, время в часах, расстояние в км); если время дано в минутах, то перевести его в часы ( $t/60$ );

- если при сравнении времени движения говорится «быстрее» («медленнее»), то время «быстрее» - меньше («медленнее» - больше);

- уравнения можно составлять разными способами:

1) с помощью «сравнения»: выяснить, какая из величин больше, какая меньше; из большей вычесть меньшую и приравнять к величине сравнения;

2) с помощью «уравнивания»: выяснить, какая из величин больше, какая меньше; при составлении равенства или из большей вычесть величину сравнения и приравнять к меньшей; или к меньшей прибавить величину сравнения и приравнять к большей;

- если кроме скорости (времени) неизвестно расстояние, то его принимают равной 1.

Среди задач на движение выделяют следующие типы:

- задачи на движение по прямой;
- задачи на среднюю скорость;
- задачи на движение по окружности;
- задачи на движение по воде.

### Задачи на среднюю скорость.

Под средней скоростью движения понимают отношение всего пройденного расстояния ко всему времени, потраченному на этот путь.

Поэтому при решении задач данного типа необходимо найти все пройденное расстояние, все потраченное на него время и найти частное.

#### Задачи на движение по воде.

При движении по воде необходимо учитывать следующее:

- при движении по течению к скорости транспортного средства добавляется скорость течения;
- при движении против течения из скорости транспортного средства вычитается скорость течения.

#### *Задачи на работу.*

При решении задач на работу будем использовать формулу взаимосвязи между работой (А), производительностью (Р) и временем (t):  
 $A=P \cdot t$ .

При составлении уравнения будем придерживаться следующего:

- если при сравнении времени движения говорится «быстрее» («медленнее»), то время «быстрее» - меньше («медленнее» - больше);
- уравнения можно составлять разными способами:
  - 1) с помощью «сравнения»: выяснить, какая из величин больше, какая меньше; из большей вычесть меньшую и приравнять к величине сравнения;
  - 2) с помощью «уравнивания»: выяснить, какая из величин больше, какая меньше; при составлении равенства или из большей вычесть величину сравнения и приравнять к меньшей; или к меньшей прибавить величину сравнения и приравнять к большей;
- если работа неизвестна, то её принимают равной 1.

\*Следует обратить внимание, что алгоритм решения задач на работу схож в основном с алгоритмом решения задач на движение по прямой.

Разумеется, в курсе алгебры есть и другие типы задач. Мы остановились на самых распространенных из задач школьного курса.

#### **Функции задач в обучении математике.**

Одно из наиболее часто встречающихся деление задач по функциям:

- с дидактическими (обучающими) функциями;
- с познавательными функциями;
- с развивающими функциями;
- с контролирующими функциями.

В крупном плане выделяют следующие три функции:

1. Задачи как средство (обучения математической деятельности, включая исследовательскую; формирования знаний, умений и навыков; развития качеств мышления и стилевой гибкости; воспитания, включая ценностное отношение к предмету; достижения метапредметных результатов)

2. Задачи как метод обучения (теоретические знания приобретаются в процессе решения задач).

3. Задачи как цель обучения (понятие задачи, структуры; способы решения отдельных видов задач; общие методы решения, работа с текстом задачи).

Сюжетная задача чаще всего имеет своей целью цель обучения. В каждой сюжетной задаче можно выделить: числовые значения величин, которые называются данными, или известными (их должно быть не меньше двух); некоторую систему функциональных зависимостей в неявной форме, взаимно связывающих искомое с данными и данные между собой (словесный материал, указывающий на характер связей между данными и искомыми); требование или вопрос, на который надо найти ответ.

Задачи как средство имеют своей целью освоение УУД: «выделять существенные свойства», «определять понятие», «относить объект к понятию». Например, работая с определением «Медиана треугольника – это отрезок, который соединяет вершину треугольника с серединой противоположной стороны треугольника», выделяем свойства: 1) отрезок в треугольнике; 2) соединяет вершину треугольника с точкой стороны, противоположной вершине; 3) эта точка – середина стороны; 4) свойства

выполняются одновременно. Такая запись – алгоритм проверки, относится ли объект к данному понятию.

#### Литература:

1. Методика обучения математике. В 2 ч. Часть 2.: учебник для академического бакалавриата / под ред. Н.С. Подходовой, В.И. Снегуровой . – Москва : Издательство Юрайт, 2017. -299 с.

2. Мерзляк, А. Г. Алгебра. 9 класс : учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир – Москва: Вентана-Граф, 2019. – 304 с.

#### Интернет – ресурсы:

1. Федеральный портал «Российское образование» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.edu.ru>.

2. Фестиваль педагогических идей «Открытый урок» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://xn--i1abbnckbmcl9fb.xn--p1ai>.