

Числа и числовые функции в курсе математики основной школы.

Содержательно-методическая линия числа в основной школе.

Содержательный компонент методической системы обучения математике включает основные содержательно-методические линии школьного курса математики, в числе которых находится линия числа.

Числовая линия строится на основе счета предметов (элементов множества) и измерения величин. В рамках числовой линии учащиеся осваивают принципы записи и сравнения чисел, смысл и свойства арифметических действий, взаимосвязи между ними, приёмы устных и письменных вычислений, прикидки, оценки и проверки результатов действий, зависимости между компонентами и результатами, способы нахождения неизвестных компонентов. Вместе с тем они знакомятся с различными величинами (длиной, площадью, объёмом, временем, массой, скоростью и др.), общим принципом и единицами их измерения, учатся выполнять действия с именованными числами.

Цели изучения линии числа:

- 1) осмысление числа как основного объекта математики, истории развития числа;
- 2) демонстрация идеи расширения числовых множеств, свойства числовых множеств;
- 3) иллюстрация идеи алгебраических структур, R — бесконечное упорядоченное числовое множество, без начального и конечного элементов, всюду плотно, замкнуто относительно «+», «-», «*», «:», непрерывно;
- 4) знакомство с системами счисления, теорией делимости;
- 5) воспитание вычислительной культуры (алгоритмы вычислений, рациональная техника, приближенные вычисления, использование средств вычислительной техники).

На каждой из ступеней обучения программа курса математики основной школы детализирует эти цели:

– на первой ступени 5 – 6 классов в содержании «математики» основные цели – систематическое развитие понятия числа, выработка умений выполнять устные и письменные арифметические действия над числами, развитие навыков вычислений с натуральными числами, обыкновенными и десятичными дробями, положительными и отрицательными числами;

– на второй ступени в 7 – 9 классах цель курса «Алгебра» – развитие вычислительных и формально-оперативных алгебраических умений до уровня, позволяющего уверенно использовать их при решении задач математики.

Остановимся на последовательном расширении линии числа в курсе математики основной школы.

Из начальной школы в рамках числовой линии учащиеся переносят смысл понятия натурального числа и нуля, принципы записи и сравнения целых неотрицательных чисел, смысл и свойства арифметических действий, взаимосвязи между ними, приемы устных и письменных вычислений, прикидки, оценки и проверки результатов арифметических действий, зависимости между их компонентами и результатами, способы нахождения неизвестных компонентов. С другой стороны, они знакомы с различными величинами и общим принципом их измерения, умеют выполнять действия со значениями величин (именованными числами).

Содержание курса математики 5 класса включает в себя: натуральные числа и ноль, числовые выражения, делители и кратные, дроби обыкновенные и десятичные, арифметические действия с дробями.

Натуральными принято считать числа, используемые для счета предметов. Делается акцент на том, что ноль не является натуральным числом, а также в натуральном ряду нет наибольшего элемента. Рассматривается десятичная запись натурального числа. Дается правило сравнения натуральных чисел: 1) Из двух натуральных чисел, имеющих

разное количество цифр, большим является то, у которого количество цифр больше. 2) Из двух натуральных чисел с одинаковым количеством цифр большим является то, у которого больше первая (при чтении слева направо) из неодинаковых цифр. И его геометрическая интерпретация: На координатном луче из двух натуральных чисел меньшее число расположено левее большего.

Приводятся определения и правила выполнения арифметических операций с натуральными числами (сложение, вычитание, умножение, деление), их свойства, особые свойства нуля и единицы при некоторых операциях. Рассматривается деление с остатком.

Затем рассматриваются дроби обыкновенные и десятичные, правильные и неправильные, вводятся правила сравнения обыкновенных и десятичных дробей, арифметические действия с ними, изучаются смешанные числа, правило округления числа и метод прикидки.

А также в 5 классе учащиеся знакомятся со средним арифметическим нескольких чисел, средним значением величины, процентами, учатся находить процент от числа и число по его процентам.

Содержание курса математики 6 класса дополняет эти знания алгоритмами нахождения наименьшего общего кратного (НОК) и наибольшего общего делителя (НОД), школьники знакомятся с понятиями положительного и отрицательного числа, простого и составного числа. Соответственно, множество натуральных чисел дополняется им противоположными числами и нулем, образуя множество целых чисел в представлениях школьников. Появление нового числового множества сопровождается введением правил сравнения (равенства и неравенства) чисел и арифметических операций над ними. Средством обоснования правил сравнения служит координатная прямая. Определяются правила выполнения арифметических операций с положительными и отрицательными числами. Отдельную тему составляют признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9 и 10. Рассматривается прямая и обратная пропорциональность двух переменных.

В 7 классе учащиеся знакомятся с рациональными числами, числовыми и буквенными выражениями. Под рациональным числом понимается обыкновенная дробь, с целым числом в числителе и натуральным числом в знаменателе.

В 8 классе учащиеся знакомятся с иррациональными числами, квадратным трехчленом, алгебраической дробью. Нет другого раздела школьного курса математики, который усваивался бы с таким трудом, как раздел, посвященный переходу от множества рациональных чисел к множеству действительных чисел, осуществляемый в 8 классе через введение иррациональных чисел. Даже на основной вопрос о том, что такое иррациональное число, окончившие среднюю школу часто дают неправильные ответы, свидетельствующие о непонимании ими сути дела (чаще всего говорят, что иррациональное число – это корень). При введении понятия иррационального числа целесообразно указывать школьникам на несоизмеримость отрезков. Обойтись без иррациональных чисел в курсе элементарной математики нельзя, но ни одна из существующих теорий действительных чисел по своей сложности не может быть полностью изучена в основной (и даже средней) школе. Поэтому, не требуется строить строгую теорию, достаточно создать верные представления о сущности вопроса. В большинстве учебников иррациональное число рассматривается как бесконечная непериодическая десятичная дробь (как и в теории Вейерштрасса). В некоторых учебниках – длина отрезка, несоизмеримого с единицей масштаба, а затем показывается, как находится приближения этого числа в виде десятичных дробей. Кроме того, следует обратить внимание учащихся, что в результате действий над иррациональными числами могут получиться как рациональные, так и иррациональные. Для этого нужно предложить примеры на сложение непериодических дробей.

В 9 классе учащиеся исследуют действительные числа, знакомятся с измерениями, приближениями и оценкой.

Представляется разумным ограничить изучаемый в основной школе материал о действительных числах следующими пунктами, добиваясь полной ясности их понимания и большей прочности их запоминания.

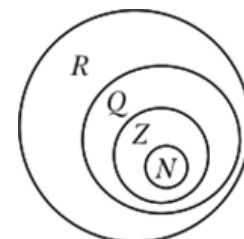
- Множества рациональных чисел, содержащего все целые и дробные числа, как положительные, так и отрицательные и нуль, для целей точного измерения отрезков недостаточно. На числовой оси наряду с бесконечным и плотным в себе множеством рациональных точек существует ещё бесконечное множество точек иррациональных, т.е. таких, расстояния которых от начала выражаются иррациональными числами. Так, точка, находящаяся на оси на расстоянии от начала, равном диагонали квадрата со стороной, равной единице, является точкой иррациональной.

- Все рациональные числа представимы в виде конечных и бесконечных периодических десятичных дробей, иррациональные числа выражаются бесконечными непериодическими десятичными дробями, к которым приходят в результате процесса десятичного измерения отрезков. Множество всех рациональных чисел после присоединения к нему множества всех иррациональных чисел дает множество всех действительных чисел. Всякое действительное число, как рациональное, так и иррациональное, может быть приближенно представлено с произвольно высокой точностью посредством двух рациональных чисел, одно из которых дает приближение по недостатку, другое по избытку.

- Для множества всех действительных чисел верна такая аксиома: если на числовой оси указаны начальная и единичная точки, т.е. точки с абсциссами 0 и +1, то каждой точке этой оси соответствует одно и только одно действительное число, выражающее её расстояние от начала (её абсциссу), и каждому действительному числу соответствует одна и только одна точка, отстоящая от начала на расстоянии, выражаемом этим числом (т.е. точка с такой абсциссой).

• Все четыре действия над действительными числами, рациональными и иррациональными, выполнимы в той же мере, как и над одними рациональными: каждые два действительных числа можно складывать, вычитать, умножать и делить (за одним лишь исключением – нельзя делить на нуль), получая в результате каждый раз некоторое действительное число.

Расширение числового множества от натуральных чисел до множества действительных чисел в основной школе можно изобразить с помощью кругов Эйлера.



Можно отметить, что изучение нового числового множества чаще всего идет по единой схеме:

- демонстрация необходимости введения новых чисел;
- введение новых чисел;
- введение сравнения (геометрическая интерпретация);
- введение действий над числами;
- законы действий над числами.

Числовая линия как одна из самых значительных линий школьного курса математики имеет тесные связи с другими содержательно-методическими линиями:

– операции над числами, их свойства преобразуются, обобщаются до операций над буквами – алгебраических преобразований, тем самым из числовой линии выделяется линия тождественных преобразований;

– числа из разных числовых множеств (N , Z , Q , R), операции над ними выступают основой для составления, исследования уравнений, неравенств, что обосновывает связь числовой линии и линии уравнений, неравенств, систем;

– в школьном курсе алгебры и начал анализа изучаются числовые функции – отображения из R в R , их исследование фиксирует конкретные числа (точки максимума, минимума), числовые промежутки (период, промежутки монотонности), тем самым свойства функций имеют числовую основу, связывая числовую линию и функциональную линию.

Именно в числовой линии в значительной степени реализуются главные задачи школьного курса математики:

- овладение системой математических знаний и умений;
- формирование представлений об идеях и методах математики;
- формирование и развитие средствами математики интеллектуальных качеств личности.