

Бронникова Лариса Михайловна, канд. пед. наук, доцент

Числа и числовые функции в курсе математики основной школы.

Функциональная содержательно-методическая линия в основной школе.

Функциональная (или функционально-графическая) линия – основной стержень, который проходит от арифметики до высших разделов единой математики, и вокруг него группируется вся современная школьная алгебра, начала анализа и в некоторой мере геометрия.

Понятие функции в математике является одним из основных. Основные понятия алгебры и геометрии трактуются на функциональной основе. Функциональные зависимости используются в разных науках и учебных дисциплинах. Изучение функции в школе позволяет показать учащимся значимость и распространенность этого понятия, увидеть, что практически нет учебных предметов, где бы ни изучались функции, многие законы, связи имеют функциональную основу.

В методике обучения функциональному материалу первостепенная роль отводится его пропедевтике до начала систематического изучения (определения функции, способов задания, общих свойств и др.). Функциональная пропедевтика может осуществляться при рассмотрении следующих вопросов:

1. Решение текстовых задач, которое предполагает рассмотрение зависимостей между величинами, осмысление простейших видов зависимостей (прямая и обратная пропорциональности). Учащиеся постепенно приучаются к тому, что есть величины, которые могут менять свои числовые значения, причем в зависимости от изменения одной величины другая величина принимает определенное значение.

2. Зависимость между результатами арифметических действий и значениями их компонентов. Зависимость понимается здесь в том смысле, что изменение одного или нескольких компонентов приводит к изменению результата.

3. Буквенные выражения, простейшие тождественные преобразования и числовые значения. Полезно обращать внимание учащихся на то, что значения выражений изменяются от изменения значений букв. Необходимо показать учащимся, что выражение в некоторых частных случаях не имеет смысла, т. е. числового значения (например, на нуль делить нельзя). Важно научить их под буквой видеть неизвестное число.

4. Формулы. Учащиеся знакомятся со смыслом понятия «формула» как равенства, содержащего буквы; различными часто встречающимися формулами из геометрии, физики; учатся сами составлять формулы и производить вычисления по ним.

5. Уравнения, которые решаются на основе связи между компонентами и результатами арифметических действий.

6. Координатная плоскость, которая позволяет наглядно представлять зависимости между двумя величинами. Учащиеся знакомятся с терминологией; учатся определять координаты точек и строить точки по координатам, строить геометрические фигуры и простейшие графики. Учащиеся осваивают учебные действия по работе с системой координат, которые будут необходимы при изучении конкретных функций.

7. Диаграммы (круговая, столбчатая), которые наглядно представляют зависимости между дискретными величинами.

Изучение функциональной линии в математике основной школы проходит в течение трех лет: 7, 8, 9 классы. За это время учащиеся знакомятся с понятием зависимости, функциональной зависимости, видами функций, графиками и их свойствами.

Можно выделить следующие задачи знакомства учащихся с функцией в 7 классе:

1. Сформировать общее представление о функции в математике.

Ученики должны понимать, что функции бывают разрывные, графики функций на разных участках могут быть разными кривыми, прямыми линиями. Учитывая, что семиклассники находятся на стадии перехода к

понятийному мышлению, а значит, для них значимы образы, целесообразно знакомить учащихся с функциями на наглядной основе, используя графики. Это можно сделать уже на подготовительном этапе до введения определения понятия функции. Также у учеников должно быть понимание того, что задание функции требует определения трех объектов — двух множеств и правила (закона, соответствия) связи между ними, при этом каждому элементу из первого множества соответствует единственный элемент из второго множества.

2. Ввести определение функции и все способы ее представления.

В курсе алгебры 7 класса функция определяется как зависимость одной переменной от другой, когда каждому значению независимой переменной соответствует единственное значение зависимой переменной. Независимую переменную называют аргументом, а о зависимой переменной говорят, что она является функцией от этого аргумента. Значения зависимой переменной называют значениями функции. Графиком функции называется множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты – соответствующим значениям.

При введении понятия «функция» обращается внимание на переход от одной формы задания функции к другой. Очень важно, чтобы учащиеся понимали, что одна и та же функция может быть задана и формулой, и таблицей, и графиком, но не всякая (некоторые функции, заданные графически, не могут быть заданы формулой).

3. Рассмотреть свойства конкретных алгебраических функций, сопоставляя аналитическому определению свойства соответствующее графическое изображение, и наоборот.

После того как учащиеся получили общее представление о числовых функциях, они переходят к изучению конкретных функций. В качестве первой из них рассматривается линейная функция как самая простая математическая модель описания реальных процессов. Учащиеся впервые приступают к изучению графика определенного вида функций, поэтому

необходимо показать им важность изучаемого материала с использованием практических примеров линейных зависимостей величин, известных им из математики, других смежных предметов и практической жизни.

Затем в 8 классе учащиеся знакомятся с новыми функциями $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, $y = |x|$, а в 9 классе – с числовыми последовательностями, как функциями натурального аргумента. Также в учебниках алгебры приводятся примеры кусочных функций, т.е. функций, заданных различными формулами на разных промежутках области определения. Графики таких функций состояются из отдельных «кусочков» известных учащимся функций, создавая целостный образ, что и послужило основанием для их названия.

Опыт, накопленный отечественной школой, показывает, что изучение конкретных функций в основной школе полезно проводить по следующей методической схеме:

1. *Рассмотреть конкретные ситуации или задачи, приводящие к данной функции.* На этом этапе учащиеся должны убедиться в целесообразности изучения данной функции, исходя из практики или необходимости дальнейшего развития теории.

2. *Сформулировать определение функции и записать её в виде формулы.* На этом этапе учащиеся выявляют существенные свойства данной функции, формулируют её определения, записывают функцию формулой, проводят исследование входящих в эту формулу параметров. Здесь же идет усвоение определения функции, выполняются упражнения на распознавание.

3. *Ознакомить учащихся с графиком данной функции.* На этом этапе учащиеся учатся изображать изучаемую функцию графически, отличать по графику данную функцию от других, заданных графиками функций, устанавливать влияние параметров на характер графического изображения функции.

4. *Исследовать функцию на основные свойства.* Здесь учащиеся находят область определения и множество значений функции, промежутки

возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства, нули, ограниченность, непрерывность и т.д. В основной школе свойства функций устанавливаются по ее графику, то есть на основе наглядных соображений, и лишь немногие обосновываются аналитически. В 7-9 классах школьники учатся истолковывать свойства функций на трёх «языках»: *графическом, словесном и символическом*. Это умение формируется постепенно и имеет большое дидактическое значение.

5. *Использовать изученные свойства функций при решении различных задач, в частности уравнений и неравенств.* Этот этап является этапом закрепления основных понятий и теоретических положений, связанных с изучаемой функцией, а также этапом формирования соответствующих умений и навыков.

Эта методическая схема является планом – программой для изучения любой функции.

Таким образом, еще в начальной школе при изучении разных тем учащимся разъясняется, что такое зависимости между величинами. Например, уже при изучении арифметических действий учащиеся наблюдают, что происходит со значением суммы при изменении одного из слагаемых. При решении задач учащиеся рассматривают зависимости изменения одной величины от другой. Ученики знакомятся с диаграммами, таблицами, которые отражают функциональные зависимости. Далее в 5-6 классах понятие функции явно не вводится, но учащиеся составляют таблицы значений переменных, наглядно представленных зависимостей; изображают диаграммы, в которых наглядно представлены зависимости между дискретными величинами, графики температур и т.д. В 7-8 классах функция рассматривается как связь, закон. Вводится понятийный аппарат (независимая и зависимая переменные, график, область определения, область значения). Рассматриваются различные способы задания функции (формулой, таблицей, графически, описанием). Перечисленные понятия вводятся либо через примеры, либо явно. В качестве задач предлагаются

задачи на движение, на нахождение площади. Программа 9 класса предполагает повторение, обобщение и систематизацию знаний об алгебраических функциях.

Так как в школе рассматривают только зависимости между числами, поэтому рассматриваются только числовые функции.

При изучении функций в школе формируются и используются следующие специфические исследовательские действия: установить числовое множество, на котором функция существует, и то множество значений, которое она может принимать на этом множестве; выяснить, убывающая или возрастающая функция на своей области определения или некоторых её частях, имеет ли максимумы или минимумы, каковы корни у функции, если они есть, четна функция или нечетна, периодична или нет, какой вид графика данной функции и т. д.

В целом, понимание функции как математической модели реальных процессов определяет общий культурный аспект изучения математики. В связи с этим учащиеся должны уметь видеть функциональную зависимость не только в алгебраических формулах, но и в других школьных предметах и в жизни.