

Рекомендации к выполнению практических работ модуля 4 и примеры решения задач

Цели заданий: применить метод математического моделирования при решении текстовых задач; исследовать построенную модель (решение уравнения, системы уравнений); интерпретировать полученный результат; решить задачу несколькими способами (если это возможно).

Примеры решения задач.

Пример 1. Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Решение.

Обозначим через переменную x массу первого сплава. Все остальные данные из условия задачи выразим через введенную переменную:

$x:100 \cdot 10 = 0,1x$ (кг) - никеля в 1 сплаве.

$(200-x):100 \cdot 30 = 0,3(200-x)$ (кг) - никеля во 2 сплаве.

$200:100 \cdot 25 = 50$ (кг) - никеля в 1+2 сплаве.

Внесем полученные данные в таблицу.

	% никеля	кг никеля	масса сплава, кг
1 сплав	10%	$x:100 \cdot 10$	x
2 сплав	30%	$(200-x):100 \cdot 30$	$200-x$
1+2 сплав	25%	$200:100 \cdot 25$	200

Составляем уравнение:

$$0,1x + 0,3(200-x) = 50$$

Решаем уравнение:

$$0,1x + 60 - 0,3x = 50$$

$$-0,2x = -10$$

$$x = -10 : (-0,2)$$

$x = 50$ (кг) - масса 1 сплава.

Так как необходимо определить, на сколько масса первого сплава меньше массы второго сплава, вычислим массу второго сплава и найдем разность.

$$200-50=150 \text{ (кг)} - \text{масса 2 сплава}$$

$$150-50=100 \text{ (кг)}$$

Ответ: 100 кг.

Пример 2. Два велосипедиста одновременно отправились в 240-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 1 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Решение.

Обозначим через переменную x скорость первого велосипедиста. Все остальные данные из условия задачи выразим через введенную переменную и внесем в таблицу:

	Скорость, км/ч	Время, ч	Расстояние, км
1 велосипедист	x	$240:x$	240
2 велосипедист	$x-1$	$240:(x-1)$	240

Уравнение составим «уравниванием». Так как первый прибыл к финишу раньше на 1 час, то его время меньше на 1. Чтобы уравнять, ко времени первого прибавим 1 (оно меньше) и приравняем ко времени второго:

$$240:(x-1)-240:x=1$$

$$240x+x^2-240-x=240x$$

$$x^2-x-240=0$$

$$x_1=16, x_2=-15$$

$x_2=-15$ не удовлетворяет смыслу задачи, значит $x=16$ (км/ч) – искомое значение переменной.

Ответ: 16 км/ч.

Пример 3. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 74 км/ч, а вторую половину времени – со скоростью 66 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Решение.

Так как потраченное время одинаковое, то обозначим его t . Все остальные данные из условия задачи выразим через введенную переменную и внесем в таблицу:

	Скорость, км/ч	Время, ч	Расстояние, км
1 часть	74	t	$74t$
2 часть	66	t	$66t$

Весь путь $S=74 t +66 t =140 t$ (км), все время равно $2 t$ (ч).

$$V_{\text{ср}}=140t:2t=70 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 70 км/ч.

Пример 4. Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение. Обозначим через переменную x км/ч скорость течения. Все остальные данные из условия задачи выразим через введенную переменную и внесем в таблицу:

	Скорость, км/ч	Время, ч	Расстояние, км
против течения	$11-x$	$112:(11-x)$	112
по течению	$11+x$	$112:(11+x)$	112

На обратный путь лодка затратила на 6 часов меньше, отсюда имеем:

$$112:(11-x)-112:(11+x)=6$$

$$3x^2+112x-363=0$$

$$x_1=3, x_2=-121/3.$$

Так как $x_2=-121/3$ не подходит по смыслу задачи, то $x=3$ (км/ч) – искомое значение переменной. Таким образом, скорость течения реки равна 3 км/ч.

Ответ: 3 км/ч

Пример 5. Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает второй рабочий, если известно, что первый за час изготавливает на 1 деталь больше?

Решение. Обозначим через переменную x производительность второго рабочего. Все остальные данные из условия задачи выразим через введенную переменную и внесем в таблицу:

	Производительность	Время	Работа
1 рабочий	$x+1$	$110:(x+1)$	110
2 рабочий	x	$110:x$	110

Уравнение составим «уравниванием». Так как первый рабочий тратит на выполнение работы на 1 час меньше, то чтобы уравнять, ко времени первого прибавим 1 (оно меньше) и приравняем ко времени второго:

$$110:(x+1)+1=110:x$$

$$x^2+x-110=0$$

$$x_1=10, x_2=-11.$$

Так как $x_2=-11$ не подходит по смыслу задачи, то $x=10$ (деталей) искомое значение переменной. Таким образом, второй рабочий изготавливает 10 деталей в час.

Ответ: 10 деталей.