**С.Е. Царёва**

# ОБУЧЕНИЕ РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ, ОРИЕНТИРОВАННОЕ НА ФОРМИРОВАНИЕ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

**НОВОСИБИРСК • 1998**

УДК 51 (07)
ББК 74.262
Ц 18

Печатается по решению Редакционно-издательского совета Новосибирского государственного педагогического университета

**С.Е. Царёва**

Ц 18 **Обучение решению текстовых задач, ориентированное на формирование учебной деятельности младших школьников.** — Новосибирск: Изд-во НГПУ, 1998 г. — 136 с.

Монография посвящена актуальной проблеме повышения качества обучения решению текстовых задач через формирование у младших школьников учебной деятельности («умения учить себя») с помощью текстовых задач. В работе рассматриваются психолого-педагогические основы формирования умения решать задачи, даётся методическая интерпретация психологической концепции учебной деятельности (Д.Б. Эльконин, В.В. Давыдов) применительно к обучению решению текстовых задач. На этой основе разработан эффективный методический подход к обучению решению текстовых задач, реализация которого позволяет формировать у учащихся общее умение решать задачи.

Адресована научным работникам в области теории и методики обучения математике, учителям начальных классов, учителям математики средних общеобразовательных школ, студентам педагогических вузов.

Рецензенты: *А.М. Пышкало,* доктор педагогических наук, профессор, член-корреспондент РАО;
*кафедра естественно-математических дисциплин и методики их преподавания в начальной школе* Московского педагогического государственного университета

# ВВЕДЕНИЕ [*]

Задача формирования и развития учебной деятельности (УД) школьников имеет особую значимость. Она должна решаться с первых дней пребывания детей в школе, так как именно «учебная деятельность является ведущей в младшем школьном возрасте» [131, с. 43] и, следовательно, от характера её становления будет зависеть успешность дальнейшего обучения учащихся.

Теория учебной деятельности разработана в психологии Д.Б. Элькониным, В.В. Давыдовым, А.К. Марковой, В.В. Репкиным, Е.И. Машбицем и др. Однако методической интерпретации эта теория в полной мере ещё не получила. В методике начального обучения математике вопрос о необходимости методического решения проблемы формирования УД школьников поставлен в диссертационной работе Н.А. Янковской [134], исследовавшей проблему методического обеспечения УД учащихся начальной школы средствами обучения. Других методических исследований в этом направлении не проводилось.[**]

---

[*] Данная работа в основном написана более десяти лет назад. Однако тогда подготовить её к публикации и издать не удалось.

Написанный ранее текст недавно вновь попал в поле моего зрения. Я убеждена, что он может быть полезен и сегодня. В этом меня убедили и мои коллеги, которые с 1985 года имели возможность использовать рукопись этой работы для «вхождения» в научную деятельность, для выстраивания содержания и методики подготовки студентов к обучению математике учащихся начальных классов.

Я не изменила основное содержание работы, а лишь откорректировала текст в соответствии с требованиями к публикациям, и дополнила некоторые параграфы второй главы. Кроме того, после списка литературы, на которую имеются ссылки в монографии, я поместила список своих работ по теме исследования, опубликованных после написания основного текста данной книги.

[**] Утверждение высказано по состоянию на 1985 г, однако, и в настоящее время таких исследований по методике обучения математике нет.

В нашей стране обучение математике сложилось таким образом, что около 40 % содержания всего материала учебников по математике для начальной школы [60, 61, 62, 63, 64, 65][*] составляют текстовые задачи. Наблюдения за работой учителей и анализ методических пособий показывают, что значительная часть времени на уроках математики в начальных классах отводится решению текстовых задач. Поэтому осуществление направленности этой части уроков на формирование УД младших школьников будет играть важную роль в становлении и развитии у учащихся умения учиться. И хотя вопросам обучения решению текстовых задач посвящено много работ, в том числе и по начальному обучению (С.И. Шохор-Троцкий, А.Я. Шор, Н.С. Попова, А.С. Пчёлко, Л.Н. Скаткин, М.И. Моро, М.А. Бантова, А.М. Пышкало, Н.К. Рузин, Л.Ш. Левенберг и иногие другие), аспект формирования УД в них не рассматривался.

В анализах ежегодных проверок качества обучения математике в начальной школе постоянно отмечается неумение значительной части учащихся решать текстовые задачи. Изучение опыта работы массовой школы показывает, что многие учителя ориентируют учащихся в работе над задачей на достижение единственной цели — получение ответа на вопрос задачи. Чему дети при этом учатся или должны научиться не всегда осознаётся даже учителем, а потому такое обучение зачастую носит случайный характер. В методике преподавания математики, в психологии разработаны вопросы теории решения задач, а именно: определены в целом этапы решения задачи, описаны некоторые методы и способы решения, разработаны нормативные формы записи и т.п. Однако накопленные в методике знания о задачах и их решении не стали ещё предметом специального обучения школьников. Одной из причин этого является недостаточная направленность обучения решению текстовых задач на формирование УД младших школьников.

Таким образом, имеет место **противоречие** между *наличием разработанных методов и приёмов решения задач, наличием психологической концепции учебной деятельности и отсутствием методики обучения решению текстовых задач, которое способствовало бы формированию учебной деятельности у учащихся начальной школы.* Отсутствие такой методики является причиной низкого уровня владения выпускниками

[*] В изданиях до 1996 года эти учебники не менялись. В учебниках, реализующих системы обучения Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова; Л.В. Занкова; Н.Я. Виленкина – Л.Г. Петерсон число текстовых задач несколько уменьшилось, но их значимость в обучении остаётся по-прежнему высокой.

начальной школы как умением решать текстовые задачи, так и умением осуществлять учебную деятельность.

Отмеченное противоречие обусловливает а к т у а л ь н о с т ь выбранной темы исследования и проблемы выявления и конструирования таких содержания, методов, приёмов и форм обучения решению текстовых задач, через которые эффективно формировались бы как умение решать текстовые задачи, так и учебная деятельность младших школьников.

Ц е л ь настоящего исследования — разработка методики обучения младших школьников решению текстовых задач, способствующего как формированию УД, так и умения решать задачи.

При разработке такой методики мы исходили из п р е д п о л о ж е н и я : если в процессе обучения решению текстовых задач учитывать структуру, особенности формирования и развития УД младших школьников, то у учащихся может быть достигнут более высокий уровень как умения решать задачи, так и сформированности УД.

О б ъ е к т о м исследования является деятельность учащихся при обучении их решению текстовых задач.

П р е д м е т о м исследования — содержание и результаты учебной деятельности учащихся начальных классов при обучении их решению текстовых задач.

Проблема, цель, гипотеза исследования обусловили конкретные его з а д а ч и :

1. Выявить психолого-педагогическую концепцию УД, которая может быть положена в основу разработки методики обучения младших школьников решению текстовых задач, ориентированного на формирование УД. Дать методическую интерпретацию концепции УД.
2. Провести анализ теории и практики обучения решению текстовых задач с точки зрения их влияния на формирование УД младших школьников.
3. Разработать и экспериментально проверить методику обучения учащихся начальных классов решению текстовых задач, осуществление которой обеспечивало бы целенаправленное формирование УД младших школьников.

Методологической основой исследования явилась психологическая теория деятельности и трактовка понятия деятельности в теории познания.

Для решения поставленных задач были использованы следующие методы: теоретический анализ работ философов по проблеме деятельности; изучение работ психологов, педагогов, специалистов по методике преподавания математики; наблюдение за деятельностью учителей и учащихся при обучении последних решению текстовых задач на уроках математики в начальных классах; беседы с учителями и учащимися начальной школы; протоколирование уроков и их анализ; изучение письменных работ учащихся; педагогический эксперимент.

Исследование проводилось в три этапа с 1980 г. На первом этапе изучалась философская, психолого-педагогическая, учебно-методическая литература, велось наблюдение за деятельностью учителей и учащихся на уроках математики при обучении младших школьников решению текстовых задач. Была сформулирована рабочая гипотеза, цели и задачи исследования, осуществлён выбор концепции УД, проводился теоретический поиск её методической интерпретации применительно к обучению решению текстовых задач.

На втором этапе рассматривалось состояние проблемы в практике школы: протоколирование уроков математики, беседы с учителями, анализ полученных данных, методических рекомендаций для учителей по обучению решению текстовых задач (констатирующий эксперимент). На этом этапе разрабатывались основные положения экспериментальной методики, проводился поисковый эксперимент, был сделан выбор базы обучающего эксперимента, определена его продолжительность.

На третьем этапе осуществлялась опытно-экспериментальная работа в двух первых классах одной из школ г. Новосибирска, проводилось сопоставительное изучение результатов обучения в двух контрольных первых классах.

В результате исследования разработаны:

**1. Методическая интерпретация концепции УД применительно к обучению решению текстовых задач, заключающаяся в следующем:**

***УД школьников при обучении их решению текстовых задач — это деятельность, главной и осознаваемой (учащимися) целью которой является овладение учащимися определённым компонентом или определёнными компонентами общего умения решать задачи.***

Целостный акт такой деятельности состоит из:

*а) постановки и принятия учебной задачи, понимаемой как учебная цель (овладеть определённым компонентом или определёнными компонентами умения решать задачи) в заданных конкретной текстовой задачей или системой таких задач условиях;*

*б) выбора и выполнения школьниками учебных действий, адекватных принятой учебной задаче (определения того, какое задание или задания нужно выполнить, чтобы овладеть определённым компонентом умения решать задачи, составляющим предмет учебной цели);*

*в) выбора и выполнения учащимися действий контроля за осуществлением всех учебных действий и действий оценки степени достижения учебной цели.*

**2. Методический подход к обучению решению текстовых задач, состоящий в следующем.**

***Обучение решению текстовых задач есть обучение:***

***а) знаниям о задачах, об этапах решения задачи, о назначении и возможных способах (приёмах) осуществления каждого этапа;***

***б) умениям выбирать и применять при решении конкретной задачи приёмы осуществления каждого этапа.***

***Это обучение происходит в результате организованной и управляемой учителем (с различной степенью прямой помощи детям) последовательности целостных актов УД.***

**3. Методика ознакомления учащихся с задачей и её элементами, с процессом решения задачи; методика обучения учащихся приёмам (способам) осуществления каждого этапа решения.**

**Ключевая идея** этой **методики заключается в следующем**:

***учебная деятельность учащихся при обучении их решению текстовых задач есть деятельность, главной и осознаваемой (учащимися) целью которой является овладение конструктивными компонентами общего умения решать задачи.***

Рассмотрение *обучения решению текстовых задач с точки зрения формирования и развития УД* младших школьников **позволило**:

а) **определить**, какими *знаниями о задаче, об этапах решения, о приёмах осуществления каждого из них должны овладеть дети и каким приёмам научиться;*

б**) уточнить понятия** *«решение задачи», «обучение решению задач», «способ решения задачи», «самоконтроль в УД»;*

в) **выявить возможности обучения** различным *приёмам проверки решения задач в формировании самоконтроля школьников;*

г) **разработать перечень** возможных *приёмов выполнения каждого этапа решения задачи;*

д) **установить нетождественность понятий** «*методика обучения решению задач*» и «*методика решения задач на уроке*»;

е) **доказать,** *что необходимым условием формирования УД младших школьников в обучении их решению текстовых задач является организация целостных актов УД;*

ж) **установить** *содержательные связи между общепедагогическим понятием «**учебная задача**» и понятием «**текстовая задача**», уточнить некоторые методические понятия.*

Апробация материалов исследования. Материалы и результаты исследования обсуждались на научных конференциях профессорско-преподавательского состава Новосибирского государственного пединститута (1980, 1981 гг.), на Ленинских чтениях в МГПИ им. В.И. Ленина (май 1983 г.), на заседаниях методобъединений учителей начальных классов школ № 2 и № 38 г. Новосибирска (1982, 1984 гг.), на заседаниях секции математики кафедры методики начального обучения МГПИ им. В.И. Ленина (октябрь 1983 г.), на семинаре кафедры методики преподавания математики МГПИ им. В.И. Ленина (май 1984 г.), на научно-методическом семинаре методистов районных отделов народного образования г. Москвы при МГ ИУУ (май 1983 г.). По материалам и результатам исследования были прочитаны лекции на курсах повышения квалификации учителей начальных классов г. Новосибирска и г. Бердска Новосибирской обл. (январь 1982 г., март 1983 г.), г. Москвы (январь 1984 г.).

За период с 1984 года материалы исследования апробированы в школах г. Новосибирска и Новосибирской области, в подготовке учителей начальных классов в Новосибирском педагогическом университете, в педагогических училищах и колледжах г. Новосибирска, Новосибирской области, г. Ленинск-Кузнецкий, г. Барнаула, в педагогических институтах г. Бийска, Омска, Красноярска, Ярославля, в институтах повышения квалификации гг. Новосибирска, Омска, Барнаула, Ярославля. Результаты исследования включены в содержание курсов «Математика и методика обучения математике», ведущихся на факультете начальных классов НГПУ с 1988 года, в педагогических колледжах № 2, № 3 г. Новосибирска с 1990 г, в Куйбышевском педагогическом колледже с 1990 г. Результаты данного исследования положены в основу исследования проблемы подготовки студентов педагогических институтов к обучению детей решению задач, проведённого Т.В. Смолеусовой.

# ГЛАВА I

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

## § 1. Психолого-педагогические основы методического решения проблемы формирования учебной деятельности младших школьников

В настоящем параграфе на основе изучения работ философов, психологов и педагогов мы излагаем то понимание учебной деятельности (УД) и проблемы её формирования, которое явилось базой решения задач исследования.

Учебная деятельность — это один из видов деятельности. В характеристике понятия «учебная деятельность» следует исходить поэтому из более общего понятия деятельности. В Большой Советской Энциклопедии (35, с. 180) понятие деятельности определяется следующим образом: «**Деятельность —** *специфически человеческая форма активного отношения к окружающему миру, содержание которой составляет его целесообразное изменение и преобразование.*» Деятельность, направленную на получение материального продукта в результате изменения объектов деятельности, называют практической, а деятельность, направленную на получение знаний — теоретической. [Там же]

Такое разделение условно. Указанные виды деятельности взаимосвязаны, взаимопроникают друг в друга, могут переходить друг в друга.

Для нас также важно положение философии о том, что в деятельности изменяется не только объект (предмет), на который направлена деятельность, но и сам субъект, и что познание субъектом окружающего мира возможно только в процессе деятельности.

Понятие деятельности является одним из ключевых в современной психологии и педагогике. Основоположниками деятельностного подхода к проблеме познания в психологии являются С.Л. Рубинштейн, А.Н. Леонтьев, Л.С. Выготский, А.Я. Пономарёв. С.Л. Рубинштейном был выдвинут принцип единства сознания (психики) и деятельности, который получил дальнейшее развитие в работах А.Н. Леонтьева, А.Я. Пономарёва и др. Введение понятия деятельности в психологию позволило обнаружить связь между развитием психики субъекта и развитием его деятельности. Деятельность стала объектом изучения психологов и её главным методологическим принципом.

В исследованиях психологов выявлена структура любой человеческой деятельности. Основными компонентами её признаны **мотивы, цели, действия** и **операции**. Деятельность, действия и операции неразрывно связаны друг с другом, взаимопереходят друг в друга, определяют друг друга. Формирование деятельности по А.Н. Леонтьеву [54] происходит через формирование действий, а формирование действий — через формирование операций.

Большое значение в психологии и педагогике имеет тезис А.Н. Леонтьева о том, что мышление не есть процесс, совершающийся только в «уме», в форме внутренней мыслительной деятельности. Мышление может выступать и во внешней форме, в виде действий с внешними объектами. [54, 21]

Развитие деятельностного подхода привело к выделению различных видов деятельности, в частности, учебной. Психологами было установлено, что в разные возрастные периоды роль каждого из видов деятельности неодинакова и что в каждом возрастном периоде преимущественное значение в развитии ребёнка приобретает один из видов. В частности, для младшего школьного возраста (7 – 11 лет) ведущей является учебная деятельность [116, 131, 132]. Для методики обучения детей младшего школьного возраста это положение даёт возможность искать пути повышения эффективности обучения тому или иному предмету через построение такой методической системы, которая будет способствовать становлению УД школьников. Но для реализации этой идеи нужно точно определить содержание и круг применения понятий «*учебная деятельность*» и «*формирование учебной деятельности*».

С.Л. Рубинштейн [101, с. 703] писал: «Существует два вида учения, или, точнее, два способа научения, в результате которых человек овладевает новыми знаниями и умениями. Один из них специально направлен на овладение этими знаниями и умениями как свою прямую цель. Другой приводит к овладению этими знаниями и умениями осуществляя иные цели. Учение в последнем случае — не самостоятельная деятельность, а процесс, осуществляющийся как компонент и результат другой деятельности, в которую он включён». Первый из этих способов научения есть собственно УД. Основное отличие этого вида деятельности от других, по мнению С.Л. Рубинштейна — в его цели.

В названном выше положении указан **основной признак УД**, а именно: ***прямой целью УД является овладение знаниями и умениями***.

В научной литературе имеются различные подходы к определению понятия УД. Взгляды С.Л. Рубинштейна на понятие УД получили своё развитие в работах Д.Б. Эльконина, В.В. Давыдова, А.К. Марковой, В.В. Репкина и др. Определяющей в этом направлении является характеристика УД, данная в начале 60-х годов Д.Б. Элькониным [131, с. 45]: «Учебная деятельность — это деятельность направленная, имеющая своим содержанием овладение обобщёнными способами действий в сфере научных понятий. …Результатом учебной деятельности, в ходе которой происходит усвоение научных понятий, является изменение самого ученика, его развитие…».

И.С. Якиманская [133, с. 19] даёт такое определение УД: «Учебная деятельность — это система действий (умственных и практических), осуществление которых обеспечивает усвоение знаний, овладение умениями и навыками, применение их к решению различных задач». И хотя автор в дальнейшем неоднократно указывает, что в понимании УД она принимает концепцию Д.Б. Эльконина, В.В. Давыдова, А.К. Марковой и др., в её определении нет самого главного звена, определяющего подход последних к УД, а именно: нет указаний на цель субъекта деятельности.

В психолого-педагогической литературе в значении УД часто употребляют термин «учение» (Н.А. Менчинская, П.И. Пидкасистый, Т.И. Шамова и др.). Н.А. Менчинская [115, с. 430] так определяет учение: «Учение — вид деятельности человека, характеризующийся усвоением общественного исторического опыта в разных его формах: в виде знаний, умений и навыков, способов или приёмов познания и применения полученных знаний к решению новых (теоретических и практических) задач; в форме норм поведения». Учение здесь понимается как усвоение социального опыта индивидом, которое, вообще говоря, происходит во всех видах человеческой деятельности. Для построения же методики обучения, ориентированной на формирование УД можно опираться лишь на такое определение, в котором отражена специфика этой деятельности. В противном случае предмет формирования становится неясным.

Специфика УД в большей мере отражена в работах С.Л. Рубинштейна, Д.Б. Эльконина, В.В. Давыдова, А.А. Марковой и др. Поэтому будем придерживаться следующего понимания УД:

**УД — это такая деятельность субъекта, в которой получение знаний (о мире, о человеке, о себе, о математике, числе и т.д.), овладение умениями и навыками, овладение способами получения знаний является главной и осознаваемой целью субъекта.**

В педагогической литературе проблема УД затрагивается мало.* Зачастую дидакты вообще не выделяют УД как предмет специального рассмотрения, а термин «учебная деятельность» употребляют в значении некоторой активности учащихся в процессе обучения [32] или

* Утверждение относится к состоянию на 1985 г.

отождествляют с процессом обучения (например, в работе: С.П. Баранов. Сущность процесса обучения. — М.: Просвещение, 1981).

Близка к психологическому пониманию УД трактовка учения в работах Т.И. Шамовой. [125, с. 19-20]

В последнее время внимание педагогов к УД школьников возросло в связи с остро стоящей перед школой проблемой — научить учащихся учиться. В работах [3, 85 и др.] УД характеризуется как совокупность умений и навыков учебного труда. Исследования этого направления чрезвычайно важны для повышения как качества обучения, так и качества воспитания в современной школе. Однако, перечисляя умения и навыки, авторы не всегда указывают их специфику в условиях осуществления с их помощью собственно УД. Так, умения контролировать, оценивать результат и ход своей деятельности важны при осуществлении любого вида деятельности. Однако, контроль и оценка, например, правильности решения практической задачи не совпадают с контролем и оценкой хода и результата акта УД, осуществлённого на основе той же практической задачи. Это позволяет сделать вывод о том, что УД не тождественна совокупности умений и навыков учебного труда.

Для методического решения проблемы формирования УД младших школьников при обучении тому или иному предмету принципиальное значение имеет вопрос о структуре УД. По мнению Д.Б. Эльконина и В.В. Давыдова — основу УД составляют **учебные задачи**, само понимание которых имеет существенное значение для разработки конкретной методики обучения тому или иному предмету с ориентацией на формирование УД. В контексте нашего исследования особую важность приобретает установление отношений между понятиями «*учебная задача*» и «*текстовая задача*».

Охарактеризуем содержание понятия «*учебная задача*» и его связи с другими компонентами УД.

Д.Б. Эльконин [132, с. 12] считает: «Основное отличие учебной задачи от всяких других задач заключается в том, что её цель и результат состоят в изменении самого действующего объекта, заключающегося в овладении определёнными способами действия, а не в изменении предметов, с которыми действует субъект». Этих же взглядов придерживаются В.В. Давыдов [29], Ф.Г. Боданский [13], В.В. Репкин [99, 100] и др.

Учебные задачи лежат в основе «целеполагания, мотивационной стороны деятельности» [59, с. 10] и потому тесно связаны с целями обучения. Они выступают как средство достижения целей обучения, причём единственное средство [69]. Каждая учебная задача направлена на реализацию целей (или цели) обучения. Но цели обучения заданы учителю. Учитель знает (или должен знать), зачем, с какой целью рассматривается та или иная задача. Однако задача становится учебной лишь в том случае, когда субъект учения принимает учебные цели, стремится их достичь. Возникают определённые «ножницы» между теми учебными задачами, которые учитель стремится поставить перед школьниками, и теми, которые решает ученик. Факты такого несоответствия отмечаются в работах многих психологов (В.В. Давыдов, Е.И. Машбиц, В.В. Репкин и др.). Более того, иногда даже учитель неверно и нечётко представляет себе учебные цели включения в урок той или иной конкретной задачи (см. § 2), и потому цель деятельности учащихся смещается на получение практического результата — ответа на вопрос задачи. А это означает, что учащиеся решают не учебную задачу, а задачу конкретно-практическую. Деятельность в данном случае теряет специфику УД, хотя при этом могут быть достигнуты некоторые учебные цели.

В психолого-педагогической литературе термин «учебная задача» употребляется в нескольких значениях: а) в значении учебной цели урока, обучения или действия [42]; б) в значении задачи (математической, физической, химической, интеллектуальной и т.д.), предъявляемой учителем или помещённой в пособиях с целью обучения тому или иному учебному предмету [68, 101]; в) в значении компонента УД [29, 59]; г) в значении дидактической цели урока, которую ставит перед собой учитель при его подготовке и проведении. [18]

Е.И. Машбиц [68, с. 29], выделяя использование термина «учебная задача» для обозначения трёх различных категорий задач, приведённых выше в пунктах а), б), г), считает учебной «любую задачу, которая предъявляется обучающемуся и направлена на достижение им целей обучения». [Там же, с. 60] Такие учебные задачи он называет компонентами УД. Это понимание учебной задачи имеет один существенный недостаток: в нём нет указания на осознание обучающимися «направленности на достижение им целей обучения». А без такого осознания, как уже было сказано выше, задача не может быть компонентом УД школьника уже потому, что деятельность учащихся не является в этом случае учебной.

Рассмотрим вопрос о соотношении понятий «*текстовая задача*» и «*учебная задача*».

Не ставя перед собой цель дать глубокую и полную характеристику понятия «текстовая задача» (в настоящей работе этот термин употребляется в общепринятом в методике преподавания математики смысле), отметим лишь некоторые моменты.

Каждая текстовая задача содержит информацию об определённой ситуации и требование дать количественную характеристику какого-либо компонента этой ситуации, или установить наличие или отсутствие некоторого отношения между её компонентами, или определить вид этого отношения, или построить некоторый объект с заданными в условии характеристиками. Выполнение требования задачи может служить разным целям.

Возьмём, например, такую задачу: *В школьный буфет привезли молоко в двух флягах, в одной из которых 40 л, а в другой 20 л. Сколько учащихся смогут на завтрак получить молоко, если одного литра хватает на пять порций?*

Если в задаче описана реальная ситуация, возникшая в буфете, и задачу решает работница этого буфета, то выполнение требования задачи является конечной целью её решения. Другое дело, если задача включена в урок математики во втором классе. Целью работы над ней может быть:

*а) овладение учащимися способами применения связи между пропорциональными величинами для решения практических задач;*

*б) овладение способом получения нового математического знания (на основе решения задачи разными способами может быть установлена справедливость равенства (20 + 40) · 5 = 20 · 5 + 40 · 5, отражающего дистрибутивный закон умножения относительно сложения);*

*в) овладение общими способами решения задач (способами действий) — компонентами умения решать задачи;*

*г) овладение способом решения задач данного вида;*

*д) получение нового свойства арифметических действий — дистрибутивного закона умножения;*

*е) решение данной задачи, т.е. получение ответа на вопрос задачи и т.п.*

Задача будет являться элементом некоторой учебной задачи лишь в случае, когда учащимися приняты цели а) – г). Безотносительно к обучению любая текстовая задача школьного курса математики является конкретно-практической, так как принятие её требования в качестве цели деятельности задаёт конкретно-практическую деятельность. Включение текстовой задачи в состав учебной происходит лишь в случае принятия учащимися учебных целей и отыскания путей достижения этих целей.

Всё сказанное приводит к следующему пониманию связи учебной задачи и тестовой задачи.

**Текстовая задача не тождественна учебной задаче — компоненту учебной деятельности.**

**Текстовая задача превращается в элемент учебной задачи при осознании и принятии учащимися учебной цели работы с задачей. Текстовая задача вместе с учебной целью, ради достижения которой она рассматривается обучающимся, составляют учебную задачу.**

Так как одна и та же текстовая задача может служить достижению нескольких учебных целей, то, следовательно, она может быть элементом нескольких учебных задач. С другой стороны, та или иная учебная цель чаще всего может быть достигнута в работе с несколькими текстовыми задачами, а значит учебные задачи при совпадении учебной цели могут отличаться конкретными текстовыми задачами, входящими в их состав.

**Постановка и принятие учащимися учебной задачи**, в состав которой входит текстовая задача, **означают принятие и понимание учащимися как требования текстовой математической (физической, химической и т.п.) задачи, так и того, какую учебную цель нужно достичь в процессе работы с ней (чему надо, хотелось бы научиться, чем овладеть).**

Это понимание учебной задачи требует для формирования у учащихся УД разработки такой методики обучения решению задач и методики использования задач в обучении, при реализации которой учебные цели включения в урок текстовых задач могли бы быть поняты и приняты учащимися, а в начальный период были бы созданы предпосылки для такого понимания и принятия.

В исследовании М.В. Матюхиной и О.И. Цикиной [67, с. 20-21] установлено, что «младшие школьники испытывают большие затруднения при принятии и удержании целей, поставленных другим человеком. Цель, поставленная самим учащимся, создаёт благоприятные условия для более продуктивной деятельности». Авторы утверждают, что формирование целеполагания требует специальной работы, без которой способность принимать и ставить цели развивается чрезвычайно медленно и мало связана с возрастом учащихся.

Следующим компонентом УД являются **учебные действия** или **«система учебных действий»**, обеспечивающая достижение намеченной цели». [100, с. 13]

Учебная деятельность успешна лишь в том случае, когда учебные действия, являющиеся её компонентами, адекватны тем учебным задачам, на решение которых они направлены. Для осуществления и осознания этой адекватности важно подчинение частных целей (не всегда учебных), достигаемых выполнением каждого конкретного учебного действия, общей (главной) учебной цели и тем условиям, в которых происходит выполнение действия. Это замечание существенно потому, что рассмотрение любой конкретной задачи обычно направлено на достижение сразу нескольких, в том числе и учебных, целей, одни из которых являются главными, а другие — второстепенными. От выбора учебных действий существенно зависит, какая цель реально достигается при осуществлении соответствующего акта деятельности.

Из сказанного следует **вывод:** ***для формирования УД важно научить не только выполнять, но и выбирать учебные действия, адекватные учебным задачам.***

Особую роль в УД играют **действия контроля и оценки.** На первоначальных ступенях формирования УД эти действия фактически выполняет взрослый. Становление школьника как субъекта УД определяется степенью овладения им самоконтролем и самооценкой. По мнению некоторых психологов [59, 108], формирование полноценной УД должно начинаться с формирования у учащихся самоконтроля в разных его формах. Овладение же школьником самоконтролем как компонентом УД возможно лишь тогда, когда ему ясны цели УД в целом и цели отдельных учебных действий, т.е. когда им понята и принята учебная задача.

Самоконтроль и самооценка как компонент УД включает в себя самоконтроль и самооценку других видов деятельности, которые могут выполняться в целостном акте УД. Основным же **предметом контроля и оценки** в условиях осуществления **УД является качество овладения знаниями и способами действий, оценка степени достижения главной учебной цели, оценка качества и характера самоизменения.** Поэтому самоконтроль и самооценка тесно связаны с пониманием и принятием учебных целей.

Действие оценки важно и для перехода от одной учебной задачи к другой. Качественный анализ достижения той или иной учебной цели всегда позволяет как бы заглянуть вперёд, увидеть то, чем следовало бы ещё овладеть. Именно **самооценка и самоконтроль по-настоящему превращают ученика в субъект своей УД [11, 38, 39], позволяют ему определить свои силы и возможности в учебной работе.**

**Овладение самооценкой**, таким образом, **предполагает овладение двумя её видами:** *ретроспективной* (оценкой того, что достигнуто) и *прогностической* (оценкой собственных возможностей). [116, с. 110] Прогностическая самооценка осуществляется при постановке и принятии учащимися учебной задачи и потому служит важным средством создания готовности к овладению новыми способами решения учебной задачи. [38]

Большое значение придают самооценке и педагоги Т.И. Шамова, П.И. Пидкасистый и др.

Для разработки методики обучения предмету, ориентированной на формирование УД, необходимо не только определить структуру УД, но и выявить смысл самого понятия «*формирование учебной деятельности*». В концепции УД это понятие характеризуется так: «Формирование учебной деятельности — есть управление взрослым … процессом становления учебной деятельности школьника. Полноценное управление процессом всегда предполагает отработку у школьника каждого компонента УД, их взаимосвязи, постепенную передачу отдельных компонентов этой деятельности самому ученику для самостоятельного осуществления без помощи учителя». [29, с. 19] Становление УД — есть совершенствование всех её компонентов, их взаимосвязи и взаимопереходов, усиление мотивационного и операционального аспектов учения, превращение ученика в субъекта осуществляемой им УД. По мнению В.В. Давыдова и В.В. Репкина — при формировании УД исходной является практическая задача, которая переводится затем на уровень учебно-практической (путём переориентации на получение кроме практического результата ещё и изменения субъекта), а в конечном итоге на уровень учебно-теоретической задачи овладения некоторым обобщённым способом получения знания. [29, 100]

Для отыскания методического решения проблемы формирования УД в качестве **основы** возьмём следующую трактовку понятия «*формирование УД*».

***Формирование УД есть переход от полностью управляемой извне (учителем, другим взрослым) целенаправленной деятельности учащихся по усвоению содержания обучения и способов учения (по самоизменению) к самостоятельной УД.***

Начальный этап обучения играет решающую роль в становлении и развитии УД школьников, так как именно на этом этапе вырабатывается определённый «стиль» учёбы, возникают качественные новообразования, которые могут либо соответствовать идеальной модели «целенаправленной учебной деятельности» [117, с. 78], и тогда учение протекает рационально и эффективно, либо закрепляются не соответствующие этой модели способы и формы деятельности, что затрудняет дальнейшее обучение.

В методике начального обучения математике проблема методического аспекта формирования УД рассмотрена в диссертационном исследовании Н.А. Янковской [134], но в нём не затрагиваются вопросы методики обучения решению текстовых задач.

Проблеме формирования самоконтроля у первоклассников в процессе обучения решению простых задач посвящено дидактическое исследование Г.М. Сосниной [114]. Рассматривая процесс решения любой текстовой задачи как умственное действие, автор строит обучение решению простых задач как становление этого умственного действия на основе теории поэтапного формирования [21]. В качестве контролирующей операции Г.М. Соснина выделила обоснование выбора арифметического действия. Это обоснование школьники должны проводить не только после выполнения решения, но и в ходе его. Оценивая положительно саму постановку проблемы и разработку методики обучения решению простых задач, при которой от учащихся постоянно требуется обосновать правильность выбора действия, выскажем одно замечание. В предлагаемом автором подходе перед учащимися при обучении их решению задач (точнее, при решении ими простых задач) не ставятся учебные цели, а потому самоконтроль в ходе такого обучения не включается в УД первоклассников.

Для построения методики обучения решению текстовых задач, способствующей формированию УД учащихся, необходимо определить критерии эффективности такой методики. Поскольку формирование УД в разрабатываемой методике должно происходить при обучении учащихся решению текстовых задач, то, очевидно, что показателями успешности этой методики должны быть следующие:

а) качество овладения учащимися умением решать задачи;

б) уровень сформированности УД учащихся.

Первый из названных показателей может быть определён в результате обычной контрольной работы, содержание которой составляют текстовые задачи.

Признаки «относительно сформированной учебной деятельности» (термин Л.В. Берцфаи) разработаны в психологии Л.В. Берцфаи [10]:

1. Умение преобразовывать частную конкретно-практическую задачу в учебную;
2. Использование наиболее эффективных учебных действий;
3. Большой удельный вес контроля;
4. Речевая активность;
5. Адекватность действий оценки.

Главным признаком здесь, очевидно, является первый, так как его отсутствие в деятельности учащегося означает, что она вообще не является специфически учебной. Преобразование же частной конкретно-практической задачи (текстовой задачи) в учебную происходит в том случае, когда учащийся в состоянии определить чему он может научиться, что может узнать по данной задаче; выбрать и выполнить соответствующие действия; оценить своё продвижение к цели.

Таким образом, показателем успешности разрабатываемой методики может служить наличие признаков относительно сформированной УД при рассмотрении детьми предложенной экспериментатором текстовой задачи. Это может быть сделано в процессе наблюдения за соответствующей деятельностью учащегося и в ходе специально проводимой при этом беседы. Вопросы экспериментатора должны определить наличие или отсутствие указанных выше признаков и степень самостоятельности ученика.

Подводя **итог**, можно сказать следующее.

*В психологии разработана концепция УД, которая может быть положена в основу методического решения проблемы формирования УД при обучении тому или иному предмету и, в частности, при обучении решению текстовых задач на уроках математики. Основные положения этой концепции следующие:*

*Учебная деятельность — это деятельность, основной (ведущей) и осознаваемой целью которой является учебная цель (С.Л. Рубинштейн) — овладеть знаниями (в широком смысле), умениями, способами получения знаний, способами выработки умений.*

*В структуре УД выделены такие* ***компоненты:***

***учебная задача,*** *понимаемая как учебная цель в заданных условиях (последние определяются конкретно-практической задачей, в частности текстовой, и состоянием ученика);*

***учебные действия****, адекватные учебной задаче;*

***действия контроля и оценки****, обеспечивающие переход от одной учебной задачи к другой и способствующие становлению учащегося как субъекта УД.*

*Наиболее актуальна проблема становления УД детей младшего школьного возраста, так как от уровня сформированности УД учащихся начальных классов в значительной мере зависит успешность их обучения в средних и старших классах.*

*В обучении младших школьников математике большое место занимают текстовые задачи. Проблема разработки методики обучения решению текстовых задач, обеспечивающего целенаправленное формирование УД младших школьников, не решена. Естественным путём её решения является организация такого обучения решению задач, в котором деятельность учащихся представляла бы целостные акты УД вначале с большой долей помощи и под непосредственным руководством учителя, а затем всё с большей долей самостоятельности учащихся.*

*Для создания соответствующей методики принципиальное значение имеет определение характера связи между понятиями «текстовая задача» и «учебная задача». Эта связь понимается следующим образом:* ***текстовая задача может быть элементом учебной задачи, в которую, кроме текстовой задачи, входит учебная цель, ради достижения которой учащийся должен выполнить определённые учебные действия в заданных текстовой задачей и состоянием ученика условиях.***

*Учебные действия определяются учебной задачей, уровнем ранее усвоенных знаний, умений, навыков и направленностью личности.*

***Действия контроля направлены не только и не столько на установление правильности полученного практического результата*** *(например, ответа на вопрос задачи),* ***сколько на установление правильности применения некоторого общего способа достижения учебной цели, и определение степени достижения учебной цели.***

*Действия контроля неразрывно связаны с действиями оценки. Последние являются необходимым условием перехода от одной учебной задачи к другой, условием постановки учащимися новых учебных целей и оценки своих возможностей в их достижении.*

## § 2. Роль текстовых задач в формировании учебной деятельности младших школьников

Для определения роли текстовых задач в формировании УД учащихся начальных классов современной школы необходимо решить ряд исследовательских задач, а именно:

1. Выяснить, какое место в современных учебниках математики и на уроках в начальной школе занимают текстовые задачи, сколько времени деятельность младших школьников связана с задачами.
2. Изучить методику использования текстовых задач на уроках, провести её анализ для выяснения влияния использования текстовых задач на формирование УД младших школьников.
3. Установить, насколько методические рекомендации по работе над задачами, данные в методических пособиях для учителя, способствуют организации деятельности детей как учебной и ориентируют учителя на формирование УД учащихся.
4. Проанализировать состояние проблемы в научной методической литературе.

Цель такого четырёхстороннего анализа — выявление возможных путей совершенствования методики обучения решению текстовых задач и повышения влияния этого обучения на формирование УД школьников.

Как отмечалось во введении, значительную часть содержания всего учебного материала начального курса математики составляют текстовые задачи. Так, в учебнике математики для 1 класса (1983 г.) из 927 заданий 380 составляют текстовые задачи (около 41 %), в учебнике 2 класса

(1983 г.) из 1538 заданий — 558 задач (около 38 %), в учебнике для 3 класса соответственно 1168 и 510 (43 %).*

Для определения места и состояния использования текстовых задач в практике работы школы мы (и по нашему специальному заданию студенты 3 курса факультета начальных классов Новосибирского государственного召 пединститута, 1981 – 82 уч. г.) запротоколировали более 100 уроков математики учителей 14-ти школ г. Новосибирска и г. Москвы. Выбор школ и учителей основывался на положительной оценке школ руководителями школ и районных отделов народного образования. Это позволяет предположить хороший уровень педагогического мастерства всех учителей, уроки которых протоколировались.

К протоколу нами была разработана специальная форма приложения из двух частей, первая из которых заполнялась протоколирующим до начала урока, а вторая после урока.

В первую часть заносились ответы учителей на следующие вопросы протоколирующего:

1. Сколько задач Вы предполагаете рассмотреть на уроке?
2. С какой целью Вы включили каждую из этих задач в урок?

Во вторую часть заносились результаты хронометража, количество задач, рассмотренных на уроке, задания, которые выполнялись учащимися по каждой задаче, и основные характеристики методики работы над задачами.

Наличие подробного протокола и приложения к нему дало возможность оценить средние затраты времени на работу с задачами на одном уроке (табл. 1) и выявить характер этой работы (табл. 2). Для анализа взято 100 уроков. Из рассмотрения исключены уроки по проверке знаний, основная часть которых — письменная контрольная работа, и несколько уроков, протоколы которых были составлены недостаточно подробно.

Итак, затраты времени на работу с задачами на одном уроке составили чуть более трети урока. Крайние значения затрат времени на отдельных уроках оказались 5 мин и 40 мин.

---

* В учебниках тех же авторов изданий 1996, 1997 гг ситуация принципиально не изменилась. В учебниках Л.В. Занкова и И.И. Аргинской процент текстовых задач заметно снизился (так в учебнике 1 класса их всего 16 % от всех заданий). Очень мало текстовых задач (менее 10 %) в учебниках системы В.В. Давыдова. В учебниках Н.Б. Истоминой, Н.Я. Виленкина и Л.Г. Петерсон текстовых задач в среднем около 30 % от всех видов заданий.

Таблица 1

| Класс | Количество анализируемых уроков | Время, затраченное на работу над задачами на всех уроках (в мин) | Средние затраты времени на работу над задачами на одном уроке | |
|---|---|---|---|---|
| | | | (в мин) | (в %) |
| 1 | 40 | 608 | 15,2 | 33,8 |
| 2 | 34 | 534 | 15,7 | 34,8 |
| 3 | 26 | 435 | 16,7 | 37,1 |
| Всего | 100 | 1577 | 15,8 | 35,0 |

Таблица 2

| Класс | Количество уроков | Всего решено задач | Решено под руководством учителя | Поставлены цели работы над задачей | | Количество задач, над которыми проведена дополнительная работа |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | решить задачу | другие | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 40<br>— | 99<br>— | 83<br>84,0 % | 96<br>97,0 % | 3<br>3,0 % | 7<br>7,0 % |
| 2 | 34<br>— | 118<br>— | 86<br>72,0 % | 116<br>98,3 % | 2<br>1,7 % | 1<br>0,9 % |
| 3 | 26<br>— | 66<br>— | 40<br>60,5 % | 66<br>100 % | —<br>— | 5<br>7,6 % |
| Всего | 100<br>— | 283<br>— | 209<br>73,4 % | 278<br>98,2 % | 5<br>2,8 % | 13<br>4,6 % |

Из табл. 2 видно, что в среднем на каждом уроке решается 2 – 3 задачи. От класса к классу растёт число задач, которые рекомендуются для самостоятельного решения учащимися, хотя большинство задач решается под руководством учителя. К самостоятельно решаемым мы отнесли и одну задачу, разбор которой полностью проводил ученик, пользуясь памяткой (1 кл.). Остальные задачи, занесённые нами в графу 4 (табл. 2), — это те, решение которых осуществлялось учащимися полностью самостоятельно или лишь с коллективным чтением текста задачи.

Характерно, что после самостоятельного решения учащимися задачи учитель всегда проводил фронтальную проверку, заключавшуюся в чтении правильного решения одним из учеников и сличении решений остальных учащихся с прочитанным. Правильность решения устанавливал учитель. Специальные приёмы проверки решения задачи были применены лишь для нескольких задач (в табл. 2 мы отнесли выполнение такой проверки в графу 7).

Особый интерес представляют данные граф 5 и 6 (табл. 2). В § 1 установлено, что необходимым условием формирования УД школьников при изучении того или иного материала является организация их деятельности по этому материалу как учебной, т.е. деятельности с осознаваемой учащимися учебной целью. В практике же, как видно из табл. 2, учебные цели работы над задачей перед учащимися в большинстве случаев не ставятся. Из 283 задач только к 5 были поставлены учебные цели: «Проверьте, как вы умеете решать задачи со словами «столько же»; «Будем учиться решать задачи со словами «столько же»; «Будем учиться решать задачи в два действия» (1 кл.); «Научитесь решать задачи на нахождение доли числа»; «Будем учиться решать геометрические задачи» (2 кл.). Однако и при постановке этих целей учащиеся лишь решали задачи. Их деятельность ничем не отличалась от выполнения задания «Решите задачу» и заканчивалась получением ответа на вопрос задачи. Ни в ходе решения, ни после него не было сделано никакого обобщения. Поставленная цель не определяла деятельность учащихся.

При решении задач под руководством учителя участие детей в анализе и поиске решения ограничивалось ответами учащихся на вопросы, с помощью которых учитель проводил разбор задачи. В нескольких случаях учитель просил школьников назвать этапы решения задачи, причём во всех случаях детьми назывались следующие: «Нужно прочитать задачу, записать её кратко, а потом решить».

В ответах на вопрос о целях включения в урок задач учителями были названы самые разнообразные цели. Здесь оказались и общие цели: «Развивать мышление.», «Учить решать задачи.», «Развивать фантазию и сообразительность.», «Повторять пройденное.» и др.; и более конкретные: «Научить детей решать задачи данного вида.», «Закреплять навыки сложения двузначных чисел.», «Закреплять знание способов вычитания числа из суммы.» и т.п. Часть учителей вместо цели называла вид или характер работы: «Решать задачи в два действия.», «Работать над пояснениями к действиям.», «Самостоятельное решение с помощью выражения.».

Всего к 283 задачам было сформулировано более 100 целей, в определённой мере отличающихся друг от друга. Сопоставление же названных целей с характером работы над соответствующими задачами на уроке показало, что **никакой зависимости между содержанием и организацией деятельности учащихся над задачей на уроке и указанной**

**учителем перед уроком целью её включения в урок нет**. Дети во всех случаях работали над задачей для достижения практической цели: «решить задачу», т.е. получить ответ на её вопрос.

Независимость методики работы с задачей в классе от цели, ради достижения которой она включена в урок, подтверждается и в ряде публикаций [40, 46, 111].

В результате проведённого анализа можно сделать следующий **вывод:**

*в школьной практике (начальные классы) деятельность учащихся при обучении их решению задач в большинстве случае не является учебной, а потому и специфическая УД у учащихся начальных классов в таком обучении формируется слабо.*

Но, может быть, и при существующем положении вещей дети хорошо усваивают способы решения задач школьного курса, и тогда ориентация работы с задачей на формирование УД не столь важна? Чтобы ответить на этот вопрос, мы воспользовались результатами официальных проверок, опубликованных в сборниках приказов и инструкций, имеющимися в литературе характеристиками состояния сформированности у учащихся умения решать задачи и собственными наблюдениями.

В «Справке о некоторых итогах работы органов народного образования и педагогических коллективов школ Российской Федерации в 1980-81 уч. году» (Сб. приказов и инструкций МП РСФСР, Январь, 1982, с. 12, с. 21) отмечается: «… в истекшем учебном году задачу, предложенную в итоговой контрольной работе, не смогли решить от 13 % до 21 % учащихся 3-х классов. Учащиеся затрудняются производить анализ условия задачи, расчленять составные задачи на простые, устанавливать взаимосвязь между величинами, данными в условии задачи… Учащиеся недостаточно обучены общим методам и приёмам решения математических задач. При решении задач на составление уравнения 31 % четвероклассников в годовой контрольной работе допустили ошибки из-за слабых умений анализировать условие задачи, устанавливать зависимость между величинами». В анализе итогов обучения математике в 1982-83 уч. году (Начальная школа, 1983, № 8, с. 16 – 21) вновь отмечается недостаточный уровень сформированности у учащихся начальной школы умения решать задачи.

А.П. Сманцер [111, с. 117] описывает в своём исследовании эксперимент, в котором после коллективного решения задач на уроке при активном участии всех учащихся (эксперимент проводился в 5 – 6 классах) эти же задачи на следующем уроке предлагались для самостоятельного решения. Автор приводит данные о том, что самостоятельно смогли решить их около половины школьников.

Мы провели аналогичный эксперимент в двух четвёртых классах одной из школ г. Москвы. 16 сентября 1983 года в этих классах после очень подробного коллективного разбора была решена задача из учебника математики для 3 класса, которую в третьем классе учащиеся уже решали. Решение задачи было записано на доске и в тетрадях, после чего учитель ещё раз обратил внимание учащихся на основные моменты, обобщил способ решения. На следующем уроке учащимся для самостоятельного решения были предложены две задачи, одна из которых рассматривалась на предыдущем уроке, а другая была задачей, обратной первой, с тем же сюжетом и того же вида, что и первая. Из учащихся, присутствовавших на обоих уроках (71 чел), верно решили обе задачи 47 человек (66,2 %). Первую задачу неверно решили 19 человек (26,7 %).

Результаты этого эксперимента показывают, что даже тщательный разбор задачи учителем и коллективное решение с подробным объяснением без ориентации на овладение способами действий (т.е. без постановки соответствующих учебных целей) не обеспечивают даже повторное верное решение той же задачи.

Из всего сказанного можно сделать **вывод**, что **при сложившейся в практике школы методике обучения решению текстовых задач общее умение решать задачи формируется недостаточно**.

Проведём теперь анализ методических пособий для учителей. Начнём с пособий к действующим учебникам математики по каждому классу [60, 62, 64].

Почти к 60 % уроков, рекомендации к проведению которых даны в указанных пособиях, среди дидактических целей урока названы цели, связанные с обучением решению задач. Более половины этих целей формулируются так: «Закрепить умение решать задачи». (В пособии к учебнику математики для 1 класса – 52 %, к учебнику для 2 класса – 60 %, для 3 класса – 62 %). В пособиях нигде не уточняется понятие «умение решать задачи», не раскрыта его структура, поэтому предполагается, что закрепление этого умения происходит само собой при решении задач. Рекомендации по проведению соответствующих уроков содержат советы о том, как должна решаться та или иная задача, как можно быстрее «подвести» учащихся к отысканию решения каждой конкретной задачи через систему вопросов (разбор задачи) или через непосредственное выполнение учителем части работы по первичному анализу и поиску решения задачи (выполнение иллюстраций, краткой записи и т.п.). Рекомендации не содержат никаких указаний на то, какие стороны умения решать задачи и как должны закрепляться в работе над той или иной задачей. Деятельность учащихся, организованная по этим рекомендациям определяется одной единственной целью: *решить задачу*, а деятельность учителя —

целью *помочь учащимся* быстрее *решить задачу*. Ясно, что использование этих рекомендаций *не ориентирует* учителя *на формирование УД* школьников.

В учебном методическом пособии [72] основное место отводится классификации видов простых и составных задач, способам решения задач различных видов. В нём указывается, в какой последовательности должны решаться задачи разных видов, на конкретных задачах рассматривается как решаются задачи определённого вида и что должен делать учитель, чтобы «подвести учащихся к решению задач данного вида» (там же, с. 104) или как «объяснить» учащимся решение той или иной задачи. Все рекомендации фактически разъясняют учителю как решать задачи, а не то, как обучать решению задач. В приведённых в пособии фрагментах уроков деятельность учащихся направлена на достижение единственной цели — получить ответ на вопрос задачи, а деятельность учителя — на быстрейшее достижение учащимися этой цели.

Аналогичный подход характерен и для всех учебных методических пособий более ранних лет издания [35, 86, 90, 91].

В пособии [9] показана структура процесса решения произвольной (арифметической) задачи, описано возможное содержание каждого из этапов решения задачи. Однако авторы относят все эти сведения не к процессу решения задач, а к процессу обучения решению, называя этапы решения задачи этапами методики работы на ступени ознакомления детей с решением задач рассматриваемого вида. [9, с. 176]

В пособии [76] при раскрытии значения текстовых задач в обучении перечисляются цели работы над задачей, на овладение которыми может быть направлена деятельность учащихся. Дальнейшие же конкретные рекомендации по организации работы с задачами в классе изложены точно так же, как в пособии [9].

Проведённый анализ позволяет сделать вывод о том, что недостаточная направленность работы с задачами на уроках математики в начальных классах на формирование УД школьников обусловлена отсутствием такой направленности соответствующих методических пособий для учителя.

Как уже отмечалось, специальные научные исследования этой проблемы не проводились. Однако отсутствие исследований не означает отсутствия необходимых для этого предпосылок. В методике математики, дидактике, психологии накоплен богатый материал, который может явиться базой для решения рассматриваемой проблемы.

Так, проведены исследования различных аспектов психологии решения задач (М.Э. Боцманова, Г.К. Горобец, Л.Л. Гурова, Е.И. Машбиц, Н.А. Менчинская, М.Л. Смульсон, Л.М. Фридман, Г.П. Щедровицкий и др.). Одним из важных результатов этих исследований является вывод о том, что решение большого количества задач не приводит к формированию у учащихся эффективных стратегий решения задач, что необходимо специальное обучение системе средств решения и способам действий, при котором бы «составляющие стратегию правила и соответствующие им способы действий выступали в качестве прямого продукта обучения» [112, с. 144]. Указанный вывод согласуется с принципом «осознания школьниками процесса учения», выдвинутым Л.В. Занковым [84, с. 54].

В математике, кибернетике, методике преподавания математики разработаны способы решения задач различных видов и классов, некоторые общие подходы к решению задач [7, 12, 16, 19, 22, 25, 40, 76, 97, 102, 103, 104 и др.]. Появились книги для учащихся (старших классов) [5, 48, 120], развивающие и углубляющие идеи Д. Пойа [88, 89], основное назначение которых — помочь учащимся самостоятельно овладеть определёнными общими приёмам решения задач.

Подводя **итог**, можно сказать следующее.

***Методика обучения решению текстовых задач учащихся начальных классов, сложившаяся к настоящему времени, недостаточно способствует формированию УД младших школьников*** *(в принятом нами понимании УД).* ***Основные причины*** *этого:*

— ***деятельность учащихся при рассмотрении задачи*** *в классе организуется учителем независимо* ***от*** *той* ***конкретной дидактической цели, ради достижения которой эта задача включена в урок,*** *в абсолютном большинстве случаев она направлена лишь на получение «ответа» (не всегда ответа на вопрос задачи;*

— ***дидактические цели включения задачи в урок не переводятся в конкретные учебные цели деятельности учащихся****;*

— ***методические пособия*** *в большей мере* ***содержат рекомендации*** *о том,* ***как решать на уроке ту или иную задачу*** *и* ***как учитель должен помочь школьникам быстрее найти это решение****, а* ***не как научиться чему-либо с помощью задач****. Вопрос о постановке и принятии учащимися учебных целей не ставится.*

Постановка учебных целей включения текстовых задач в урок возможна лишь на основе конкретизации функций текстовых задач в обучении математике, что и является содержанием следующего параграфа.

## § 3. Функции текстовых задач в начальном обучении математике

Выяснению роли задач в обучении посвящены работы многих психологов (Л.Л. Гурова, Е.И. Машбиц, Н.А. Менчинская, Л.М. Фридман и др.), дидактов (Я.И. Лернер, А.П. Сманцер и др.), специалистов по методике математики (М.А. Бантовова, В.Ю. Гуревич, Ю.М. Колягин, В.И. Крупич, Е.И. Лященко, М.И. Моро, К.И. Нешков, Д. Пойа, А.С. Пчелко, А.М. Пышкало, Н.К. Рузин, А.Д. Семушин и многие др.). Из дореволюционных методистов наибольший вклад в разработку этих вопросов внесли В.А. Латышев, С.И. Шохор-Троцкий, Е. Шпитальский.

**Историю использования текстовых задач в обучении математике в русской школе** условно можно разделить на **несколько периодов**.

П е р в ы й — **до XVIII века**. Массовое обучение математике ещё не сложилось. Потребности её применения в хозяйственной жизни удовлетворялись с помощью специально составленных математиками руководств — рецептов решения определённых видов задач.

В т о р о й — XVIII в. – середина XIX в. Это период обучения по «Арифметике» Л.Ф. Магницкого, период появления в обучении типовых задач «на бассейн», «простое тройное правило» и т.п. В то время «задача была целью обучения, т.е. математику затем и учили, чтобы усвоить правила решения типичных задач» [106, с. 13].

Т р е т и й — конец XIX в. – начало XX в. Он характеризуется осознанием влияния процесса решения задач на усвоение математики детьми, на их развитие. В этот период в теории была признана роль задач как средства обучения. В русской школе начало этому периоду положили работы В.А. Латышева и С.И. Шохор-Троцкого [51, 127, 128].

Ч е т в ё р т ы й — 30-е – 60-е годы XX в. Усиление значения текстовых задач как цели обучения. Появление большого числа работ по классификации и типизации задач. Разработка способов решения задач определённых типов [44, 86, 90, 91, 110 и др.].

П я т ы й — с 60-х годов XX в. Это период конкретизации функций задач в обучении математике, отказ от типизации задач и разучивания способов решения задач определённых видов. Усиление роли задач как средства обучения. Стремление формировать у учащихся общие подходы к решению задач. Уточнение роли и места задач в обучении [4, 6, 7, 14, 16, 19, 22, 24, 25, 29, 34, 40, 44, 45, 46, 47, 52, 53, 73, 76, 78, 79, 97, 102, 103 и др.].

Остановимся более подробно на характеристике исследований последнего периода по проблеме функций задач.

Первой работой рассматриваемого периода, в которой со всей остротой поставлена проблема конкретизации функций задач в обучении математике, указана в общих чертах связь между функциями задач и методикой работы с ними на уроке, явилась статья **К.И. Нешкова** и **А.Д. Семушина** [79]. В ней авторы делят все задачи на группы по их функциям в обучении. Выделены задачи с **дидактическими**, **познавательными** и **развивающими функциями.** К задачам с дидактическими функциями ими отнесены задачи на прямое применение и закрепление знаний основных фактов школьного курса математики; с познавательными функциями — задачи на углубление этих знаний. Задачи с развивающими функциями, по мнению авторов, — это те, «содержание которых может отходить от основного школьного курса, посильно осложнять некоторые из изученных ранее вопросов». [79, с. 5]

Рассматриваемая работа явилась отправным пунктом для многих исследователей функций задач в обучении. В ней впервые указывается на необходимость изменения методов работы с задачами в соответствии с изменившимися функциями задач в обучении математике при переходе на новые программы. Однако характеристика функций здесь ещё недостаточно чёткая и полная, что позволяет толковать эти функции (в особенности дидактические и познавательные) по-разному.

К.И. Нешков и А.Д. Семушин разделяют задачи на дидактические и познавательные весьма условно. В обеих группах говорится о задачах, способствующих обучению математике, т.е. об использовании задач как средства обучения. Далее, относя к задачам с развивающими функциями лишь те, которые выходят за рамки основного курса, задачи на «выдумку» и сообразительность, можно прийти, как отмечает Ю.М. Колягин [44, с. 100], «к неверному выводу о том, что только лишь такие задачи способствуют математическому развитию школьников». И, наконец, деление задач на группы по их функциям предполагает, что каждая задача жёстко связана с определённой функцией, тогда как очевидно, что одна и та же задача в зависимости от места в обучении и методики работы с нею может реализовывать самые разнообразные функции. Поэтому целесообразно делить на группы не задачи, а возможные функции задач, определяя затем требования к содержанию задач и к методике их использования в обучении, выполнение которых необходимо для реализации выделенных функций.

Проблеме функций задач посвящено исследование **Н.К. Рузина** [105]. Автором выделены **познавательные, развивающие и прикладные** функции, а также **функция обучения решению задач.** Функцию обучения решению задач автор связывает с существованием задач, «обслуживающих сам процесс обучения решению задач и, следовательно, не имеющих самостоятельного значения в системе метода обучения через задачи». Там же.

Из сказанного видно, что, хотя автор классифицирует функции, а не задачи и для первых двух функций даёт достаточно чёткую характеристику, последние функции он относит лишь к определённым классам задач. Выделение же в качестве необходимого требования «не иметь самостоятельного значения в системе» обучения через задачи приводит к признанию отсутствия связи между формированием у учащихся умения решать задачи и формированием математических знаний, что, на наш взгляд, неверно.

Уточнение дидактических функций задач, выделенных К.И. Нешковым и А.Д. Семушиным, проведено Е.И. Лященко [54], которая разработала требования к системе задач, способствующей усвоению математических знаний и методов решения задач.

Последовательный и полный анализ функций задач в обучении проводит **Ю.М. Колягин** [44]. В качестве основных он выделяет **обучающие, воспитывающие, развивающие** и **контролирующие функции.** Автор отмечает, что каждая задача несёт в себе все три функции, хотя, в зависимости от условий обучения, одна из них (или несколько) будет ведущей. Важной нам представляется высказанная автором мысль о том, что «ведущая функция задачи определена основной целью её постановки перед учащимися и должна быть реализована в первую очередь». (Там же, с. 102.) Отсюда уже возможен выход на постановку перед учащимися не только задачи, но и учебной цели её включения в урок, т.е. на постановку учебной задачи.

В рассматриваемой работе дана характеристика признаков, по которым те или иные функции могут быть отнесены к обучающим, воспитывающим, развивающим или контролирующим. (Там же, с. 103 – 109.) Выделение названных групп убедительно мотивировано проведённым автором глубоким анализом имеющихся не только в методике математики, но и в кибернетике, психологии, педагогике различных точек зрения на проблему функций задач в обучении. Благодаря выделению обучающих функций, в которые автор включил «такие функции, которые направлены на формирование системы математических знаний, умений и навыков у школьников (как предусмотренных программой, так и расширяющих и углубляющих её содержание) на различных этапах их усвоения» (Там же, с. 103) Ю.М. Колягин преодолел нечёткость, имеющуюся при делении задач на дидактические и познавательные. Понимание автором функций задач отличается прочной и неразрывной связью с пониманием целей обучения, воспитания и развития в современной школе. Конструктивным является и деление каждой группы функций на общие, специальные и конкретные (кроме воспитывающих, конкретизация которых, по мнению Ю.М. Колягина, «не имеет никакого смысла»). Для решения задач нашего исследования этот подход может быть основой конкретизации функций текстовых задач в обучении учащихся умению решать их.

Существенным является понимание функций, реализация которых отражала бы достижение одной из важных целей обучения математике — научить учащихся решать текстовые задачи. Такого рода функции отнесены автором к специальным развивающим: «К специальным развивающим функциям математических задач могут быть отнесены, например следующие: …4) умение планировать поиск решения задачи, исключать из условия ненужные данные, дополнять недостающие, отбирать методы, средства и операции, необходимые для её решения». (Там же, с. 108.)

Развивающий характер перечисленных выше умений несомненен, но их формирование должно быть одновременно признано и в качестве специальных обучающих функций, а овладение учащимися общими приёмами решения задач, несомненно, должно быть включено в требования к математической подготовке учащихся.

Важным и обоснованным представляется выделение автором контролирующих функций задач. Реализация контролирующих функций интересна в плане использования текстовых задач самими учащимися для осуществления самоконтроля за достижением учебных целей.

Дидактическое исследование функций задач в обучении различным предметам провёл **А.П. Сманцер** [111]. Автор выделяет пять основных функций задач в обучении: **методическую**, обеспечивающую овладение учащимися методами решения задач; **дидактическую**, способствующую овладению учащимися учебным материалом; **организующую и управляющую**, отражающую использование учителем задач для организации и управления познавательной деятельностью учащихся; развивающую; воспитывающую. Обоснован и убедителен полученный автором вывод о том, что «методика решения задач в классе должна определяться их функциями в обучении» (Там же, с. 9.). Он может быть усилен заменой термина «*методика решения задач*» термином «*методика использования задач*».

Проблема функций задач освещена и в ряде других работ. Интересная попытка выделения общих и специфических функций задач в обучении математике сделана В.Ю. Гуревичем [24].

Все указанные выше работы касались проблемы функций любых математических, а также иных задач и выполнены, кроме исследования Н.К. Рузина, на материале средней школы. Ниже рассмотрено назначение текстовых задач в обучении математике младших школьников.

До реформы математического образования в нашей стране (до 1967 г.) текстовые задачи в начальном обучении математике выступали в основном как цель обучения. В этот период активно разрабатывались вопросы классификации задач и методики решения задач определённых видов (Н.И. Александров, Н.Н. Никитин, Г.Б. Поляк, Н.С. Попова, А.С. Пчёлко, Л.Н. Скаткин, Я.А. Шор и др.). Способы решения задач определённых типов и сами типовые задачи составляли значительную часть содержания курса математики. Эта часть должна была усваиваться детьми не хуже правил выполнения и свойств арифметических действий. На обучение решению типовых задач отводилась бóльшая часть времени на уроке [92, 93, 94, 95].

В методических пособиях для учителей основное внимание уделялось изложению различных классификаций задач и способов решений задач каждой группы, которые учитель должен сообщать детям в процессе обучения математике [83, 86, 90, 91, 110 и др.]. Предполагалось, что, обучив учащихся умению распознавать вид (тип) задачи и выполнять усвоенный способ решения задач данного вида, школа научит детей решать любые задачи. Однако практика показала, что, привыкая решать задачи только известных им типов, учащиеся совсем не умеют осуществлять самостоятельный поиск даже в тех случаях, когда в решении нужно применить хорошо известные школьникам зависимости, но в ситуации, хотя бы немного отличающейся от типовых задач. Учащиеся, как отмечает М.А. Бантова [7], мало связывают решение задач с изучением других вопросов курса.

В действующей программе [96, с. 40] и методических пособиях [9, 76] особо подчёркивается роль текстовых задач как средства обучения, воспитания и развития детей. Причём наибольшее внимание авторы указанных пособий уделяют использованию задач как одного из видов упражнений, обеспечивающих лучшее усвоение включённых в программу вопросов [76, с. 114].

Чтобы выделение функций задач было действенным, признания тех или иных общих функций недостаточно. Необходимо конкретизировать их настолько, чтобы стало возможным не только определить для каждой задачи её место в теме, на уроке, но и те учебные цели, на достижение которых может быть направлена деятельность учащегося. Такая конкретизация должна проводиться для каждой группы функций.

В соответствии с целями нашего исследования и опираясь на проведённый выше анализ взглядов различных авторов изложим то понимание функций текстовых задач в начальном обучении математике, условий их реализации и связи с проблемой формирования УД младших школьников, на основе которого можно строить методику обучения решению текстовых задач, способствующую формированию УД учащихся начальных классов.

Задачи, в частности текстовые, выполняют в обучении самые разнообразные функции, обобщив которые, можно выделить *обучающие, развивающие, воспитывающие и контролирующие* (Ю.М. Колягин). Так как обучающие функции задач чаще всего являются (должны являться, по мнению Ю.М. Колягина) ведущими, учебные цели работы над задачей также связаны с обучающими функциями, то и конкретизацию функций в рамках нашего исследования целесообразно прежде всего провести для *обучающих функций текстовых задач*.

Для такого уточнения и конкретизации нужно иметь некоторые основания. Они должны давать возможность выделить функции задач на каждом реальном участке процесса обучения, определить их таким образом, чтобы учитель мог легко переформулировать их в учебные цели деятельности учащихся и в дидактические цели собственной преподавательской деятельности. Выбор таких оснований мы осуществим в результате следующих рассуждений.

Текстовые задачи, как и вообще все математические задачи, играют в обучении математике двоякую роль. С одной стороны они являются *целью обучения*, с другой — *средством обучения* (Ю.М. Колягин, Е.И. Лященко, М.И. Моро, К.И. Нешков, А.М. Пышкало, Н.К. Рузин и др.). По этой причине при выявлении функций текстовых задач следует учитывать обе стороны.

Для более глубокого анализа исследование функций задач, отражающих каждую из указанных сторон, целесообразно проводить отдельно, хотя в реальном процессе обучения они тесно связаны. Действительно, текстовая задача не окажет никакого влияния на усвоение учащимися, например, дистрибутивного закона умножения относительно сложения (правила умножения суммы на число), если учащийся не сможет найти два различных способа решения этой задачи, приводящих к составлению выражений, равенство которых отражает соответствующий закон. Влияние задачи на усвоение указанного закона будет нулевым и в том случае, когда ученик не сможет найти решение в виде выражения, применение к которому рассматриваемого закона упрощает нахождение его значения. Поэтому для использования задач как средства обучения нужно, чтобы учащиеся умели решать их. В то же время обучение решению задач невозможно без наличия у учащихся определённых математических знаний.

Так как в первую очередь нас интересуют вопросы собственно обучения решению текстовых задач, то и конкретизацию обучающих функций проведём для этой стороны использования задач в обучении математике в начальной школе.

**Специальная обучающая функция текстовых задач**, отражающая роль задач как цели обучения, есть функция *формирования у учащихся умения решать текстовые задачи*.

Можно говорить о двух видах **умения решать задачи:** об ***умении решать задачи определённого типа*** и об ***общем умении решать задачи***, заключающемся в овладении учащимися некоторыми общими приёмами. Нас в большей мере будет интересовать последнее, так как овладение общим умением решать задачи включает в себя и умения решать задачи отдельных видов, хотя и не исчерпывается ими. Для определения же конкретных функций текстовых задач в обучении детей умению решать задачи (в интересующем нас аспекте) необходимо выделить в этом умении такие его компоненты, овладение которыми уже может стать *непосредственной учебной целью работы учащегося над задачей*, т.е. определить содержание и объём этого понятия.

Вопрос о том, что значит «уметь решать задачи», рассматривался многими методистами и психологами. Н.А. Менчинская и М.И. Моро [71, с. 129] определили умение решать задачи как владение учащимися рядом правил, «знание которых должно быть приобретено учащимися в собственном практическом опыте». Перечень этих правил состоит из трёх основных: «1. Не начинай вычислять, пока не изучил внимательно условия задачи в целом… 2. Решая трудную задачу, используй различные способы… 3. Закончив решение, вернись к вопросу задачи, проверь, можешь ли ты дать исчерпывающий ответ на этот вопрос».

М.И. Моро и А.М. Пышкало называют в качестве умения решать задачи сложное умение, включающее в себя ряд более простых: умение вычленять известные и неизвестные, устанавливать связь между искомым и данными и т.д. [76, с. 125]

Ю.М. Колягин [45, с. 125] характеризует умение решать задачи следующим образом: «Умение решать задачи образует сложный комплекс, который содержит активно действующие математические знания (и соответствующие им специальные умения и навыки), опыт в применении знаний и определённую совокупность сформированных свойств мышления, … проявляющихся в процессе решения задач». Автор даёт перечень одиннадцати таких свойств мышления («мыслительных умений»), которые имеют достаточно обобщённый характер.

Л.М. Фридман [117, с. 61], исследуя деятельность по решению «школьных учебных задач», (задач, используемых в обучении, а не компонента УД), выделяет в ней четыре этапа: 1. Анализ состояния задачи. 2. Поиск плана решения задачи. 3. Осуществление найденного плана решения и доказательство, что полученный результат удовлетворяет требованию задачи. 4. Обсуждение найденного решения. Автор раскрывает и содержание деятельности решающего на каждом этапе, конструируя «нормативную деятельность по решению задачи». (Там же.)

Подход к анализу деятельности по решению задач через выделение этапов решения и последующего анализа деятельности на каждом этапе является наиболее конструктивным. Действительно, каждый этап решения определяется своей частной целью, что позволяет всю деятельность при решении задачи анализировать с точки зрения возможных способов выполнения каждого этапа. А это, в свою очередь, уже даёт основания для выделения тех способов действий на каждом этапе, которым полезно обучить детей.

Особенно целесообразен такой подход при методическом анализе умения решать задачи. Эта целесообразность может быть подтверждена, по крайней мере, тем фактом, что разбиение процесса решения задачи на этапы общепринято. Количество этапов и их содержание примерно одинаково у всех авторов, что говорит об объективном характере существования соответствующих этапов в деятельности решающего. Кроме того, в методике накоплены достаточно обширные знания о приёмах (способах) деятельности на каждом этапе, что создаёт возможности для выделения основных из них для осознанного усвоения учащимися.

Исходя из сказанного, можно сформулировать следующее **рабочее определение умения решать задачи**.

***Под общим умением решать задачи будем понимать умение, складывающееся из знаний о задаче и процессе её решения (об этапах решения, способах их осуществления) и владения способами выполнения каждого из этапов при определённом уровне математических и иных знаний, которые используются при решении*** (например, знаний о числах и арифметических действиях над ними, свойствах этих чисел, об операциях над множествами в явном или неявном виде, о величинах, их измерении и т.д.; об объектах окружающей действительности и т.п.). Уровень такого умения может быть определён сложностью задачи, которую может самостоятельно решить учащийся.

Теперь необходимо уточнить название и содержание самих этапов решения задачи. Такая необходимость возникла потому, что в методической литературе во многих случаях не разграничивают этапы решения задачи (этапы деятельности, направленной на получение ответа на вопрос задачи) и этапы работы с задачей в классе, т.е. этапы совместной деятельности учителя и учащихся, целью которой для учащихся должно быть достижение определённой учебной цели, а целью учителя —

организация деятельности учащихся, реализация дидактических, воспитательных и других целей собственной педагогической деятельности.

Указанное смешение имеется и в приведённом выше перечне этапов решения задачи, предложенном Л.М. Фридманом, что, впрочем, подмечено и самим автором [117, с. 61].

В методическом учебном пособии [9, с. 184] говорится об этапах обучения решению задач, а фактически перечисляются этапы решения задачи, т.е. этапы деятельности субъекта, направленной на получение ответа на вопрос задачи. Отмеченное смешение присуще многим методическим работам. Об этом говорят даже их названия: «К методике решения задач…» [34], «Решение арифметических задач…» [83] и др., в которых авторы пишут о методике обучения решению задач в тесном переплетении со сведениями о том, как решать те или иные задачи, т.е. сведениями, касающимися собственно процесса решения задач. Из-за отождествления таких разных по существу понятий, как ***«методика решения задачи»*** и ***«методика обучения решению задач»***, в методике в большей мере оказались разработанными вопросы того, **как решать задачи** вообще или задачи определённого вида, и в меньшей мере — **как обучать решению** задач (мы говорим лишь о текстовых задачах). Разграничение указанных понятий позволяет выделить ***содержание обучения решению текстовых задач*** (что дети должны знать о задачах, о процессе решения, какими методами, способами, приёмами выполнения каждого этапа решения должны они овладеть, к каким задачам уметь применять эти методы, способы, приёмы) и ***методы, формы и средства обучения этому содержанию.***

Проведённый выше анализ позволил в качестве исходного принять следующий перечень этапов решения произвольной текстовой задачи:

1. *Восприятие задачи и её первичный анализ.*
2. *Поиск решения задачи и составление плана решения.*
3. *Выполнение решения, формулировка ответа на вопрос задачи.*
4. *Проверка решения задачи и его корректировка, если это необходимо. Формулировка окончательного ответа на вопрос задачи или вывода о выполнении требования задачи.*

Первый этап мы назвали этапом восприятия и первичного анализа задачи, так как в такой формулировке в большей мере отражено назначение этого этапа в процессе решения задачи, чем, например, в формулировке Л.М. Фридмана [117]. Назначение первого этапа в структуре решения задачи по Л.М. Фридману — «установление предметной области задачи» (Там же, с. 59), выделение известных и неизвестных компонентов задачи, выделение искомого, величин и словесно заданных отношений между ними [117].

В результате выполнения первого этапа решающий должен понять задачу. Это понимание может характеризоваться получением ответов на вопросы: О чём эта задача? Что в задаче известно? Что нужно найти? Как связаны между собой данные (числа, величины, значения величин)? Какими отношениями связаны данные и неизвестные, данные и искомое? Что является искомым: число, отношение, некоторое утверждение и т.п.?

В методическом пособии [9, с. 176 – 177] в содержание первого этапа включено лишь чтение задачи и «представление жизненной ситуации, отражённой в задаче». Выделение известных и неизвестных, искомого авторы относят к этапу поиска решения. На наш взгляд, более оправдано отнесение этих действий к первому этапу, так как при их выполнении не ставится и не решается вопрос: *Как найти решение задачи? (Как найти ответ на вопрос задачи?)*, хотя осуществление указанных действий является, несомненно, необходимым условием успешности поиска решения.

Л.М. Фридман [117, с. 21], называя первым этапом решения этап «анализа состояния задачи», включает в него и «установление оператора задачи». Под оператором задачи он понимает «совокупность тех действий (операций), которые надо произвести над условиями задачи, чтобы выполнить её требование». Однако в таком понимании оператор есть не что иное как план решения задачи, а поиск плана решения даже самим автором отнесён к другому этапу.

Таким образом, **назначение первого этапа — обеспечить понимание решающим всех сторон описываемой в задаче ситуации, без выяснения того, как найти её решение.**

Конкретными функциями текстовых задач в обучении, следовательно, должны быть *функции обучения школьников* ***знаниям*** *о назначении этого этапа и* ***способам (приёмам)*** *его выполнения.*

В понимании назначения остальных этапов решения задачи в методической литературе разногласий в основном нет. В качестве конкретных функций текстовых задач могут быть выделены поэтому также функции обучения учащихся знаниям о назначении каждого из этапов решения и обучения способам (приёмам) их выполнения. (Отбор же приёмов выполнения каждого этапа решения для обучения им учащихся проведём во второй главе.)

В задачи нашего исследования не входит анализ функций текстовых задач по формированию математических понятий и их свойств, по обучению вычислительным приёмам и т.п. Однако некоторые характеристики этой стороны использования текстовых задач в обучении младших школьников математике мы дадим, так как они важны в нашем исследовании.

Как известно, в начальном обучении математике многие математические понятия могут быть (и должны быть, в соответствии с требованиями действующей программы и возрастными возможностями учащихся начальных классов) усвоены лишь на уровне практического оперирования в ситуациях, образцы которых показаны учителем. Смысл таких понятий, их свойства зачастую могут быть раскрыты только через текстовые задачи. Конечно, само по себе наличие изучаемого понятия в содержании задачи ещё не свидетельствует о том, что её решение будет способствовать формированию этого понятия у учащихся. Примером тому может служить понятие «больше (меньше) на …». Формирование у учащихся представлений об этом отношении на множестве натуральных чисел по действующим программам и учебникам идёт через решение текстовых задач. Только в учебнике математики для первого класса [60] задач, содержащих это отношение, 152 из 380, т.е. 40 % от всех задач, помещённых в учебник! Между тем общеизвестно, что учащиеся первого класса часто допускают ошибки при решении простых задач с отношением «больше (меньше) на …», сформулированных в так называемой косвенной форме, и причиной этих ошибок является несовершенная методика использования соответствующих задач в обучении. (Подробнее в нашей статье в № 8 журнала «Начальная школа» за 1988 г.)

Сказанное выше позволяет предположить, что реализация конкретных функций текстовых задач по обучению школьников различным приёмам выполнения каждого этапа решения задач повысит и действенность задач как средства обучения. Проверка этого предположения не является задачей нашей работы и требует специального исследования. Однако наличие этой связи в отдельных случаях несомненно и может служить основанием для включения в содержание обучения соответствующих задач и способов решения.

Подведём некоторые **итоги**.

*История использования текстовых задач в русской школе характеризуется переходом от применения руководств-рецептов по решению конкретных задач, возникающих в хозяйственной деятельности человека, к признанию многообразия функций задач, к осознанию необходимости формирования у учащихся общих подходов к решению задач.*

*Исследование функций задач в обучении проводилось в работах многих психологов, дидактов и методистов. Важным результатом этих исследований является вывод о том, что* ***методика работы с задачей в классе должна определяться ведущей функцией, для реализации которой задача и была включена в урок.***

*Одной из специальных обучающих функций текстовых задач является функция формирования у учащихся умения решать такие задачи.*

*Конкретными функциями текстовых задач в обучении будут* ***функции формирования знаний о задачах, о процессе их решения и функции обучения методам, способам и приёмам решения задач, приёмам выполнения этапов решения.***

*В методике математики имеет место отождествление понятий* ***«методика решения задач»*** *и* ***«методика обучения решению задач».*** *Такое отождествление привело к тому, что в методике недостаточно чётко разделены* ***содержание обучения решению задач и методы, формы, средства обучения учащихся этому содержанию.***

***Содержание обучения решению текстовых задач составляют*** **знания** ***о них, о процессе решения задач, о методах и способах решения, о способах (приёмах) выполнения каждого этапа и*** **умения** ***выполнять каждый из этапов такого решения.***

Выделение специфического содержания обучения решению текстовых задач может служить основой для построения соответствующей системы учебных задач. Проблема построения такой системы рассмотрена в следующем параграфе.

## § 4. Построение системы учебных задач для обучения учащихся умению решать задачи

Так как в составе учебной задачи определяющим элементом является учебная цель, то построение системы учебных задач будет заключаться в разработке системы учебных целей (принятие и достижение которых учащимися необходимо для формирования у них умения решать задачи и выполнения целостных актов УД) и соответствующих этим целям текстовых задач.

Система учебных целей должна включать в себя все цели, достижение которых учащимися необходимо для овладения умением решать задачи на определённом уровне. Следовательно, она должна строиться через выделение структурных компонентов широкой учебной цели: *научиться решать задачи* (овладеть умением решать задачи). Структура же и содержание последней определяется структурой и содержанием понятия «*умение решать задачи*».

Опираясь на структуру умения решать задачи, можно сформулировать учебные цели, составляющие подцели более общей цели: «*научиться решать задачи*». Подцели будем формулировать в том виде, в каком они могут быть поставлены учителем перед учащимися или самими учащимися (естественно, с внесением в эту формулировку корректив в соответствии с особенностями конкретной текстовой задачи, содержанием конкретного этапа решения и способа выполнения этапа, выбранного учащимися для овладения на уроке).

В соответствии с принятой трактовкой (§ 3) структура общего умения решать задачи может быть представлена схемой (табл. 3), отражающей основные компоненты этого умения.

**Учебная цель** «*научиться решать задачи*» состоит из **двух** взаимосвязанных **подгрупп** конкретных **целей**, соответствующих двум структурным компонентам умения решать задачи: *знаниям* и *умениям*. Все учебные цели первой подгруппы определяют направленность соответствующего акта УД на приобретение знаний учащимися, а второй подгруппы — на овладение умениями.

Основным критерием выделения подцелей общей учебной цели мы избрали **критерий конструктивности** каждой из них. Под конструктивностью учебной цели понимается наличие возможности разработки для неё:

а) конкретной последовательности учебных действий, выполнение которой учащимися обеспечит достижение ими этой цели на необходимом уровне (эта последовательность определяется учителем или учащимися с долей руководства учителем);

б) контролирующих заданий для проверки учителем степени достижения цели учащимися и для осуществления учащимися самоконтроля и самооценки.

Для удовлетворения указанному критерию приведённые в табл. 4 учебные цели необходимо конкретизировать в соответствии с содержанием того курса математики, в котором проводится формирование умения решать задачи, т.е. нужно назвать конкретные отношения, величины, зависимости и т.п. (Это будет сделано в рамках традиционного курса математики начальной школы при изложении методики постановки и решения соответствующих учебных задач в следующей главе.)

Требуют конкретизации и учебные цели, формулировка которых содержит термины «*каждый этап решения*», «*каждый способ действия*». Это легко сделать, так как названия этапов и их назначение определены (§ 3), а способы действий по осуществлению каждого этапа, которым следует научить детей младшего школьного возраста, отобраны во второй главе настоящей работы.

Таблица 3

- Умение решать текстовые задачи
  - Знания
    - математические и иные об объектах, описываемых в задачах, и тех, на которых строится процесс решения
    - о задаче и её структуре (условие, вопрос или требование, данные и т.п.)
    - этапов решения задачи и назначения каждого из них в решении задачи
    - о возможных методах, способах и приёмах выполнения каждого этапа решения задачи и решения в целом
    - последовательности операций, составляющих каждый метод, способ и приём решения
  - Умения
    - определять содержание и назначение каждого этапа решения конкретной задачи
    - выбирать эффективные приёмы выполнения каждого этапа решения конкретной задачи
    - выполнять любую операцию, входящую в тот или иной приём выполнения определённого этапа решения
    - выполнять всю последовательность операций, составляющих тот или иной приём выполнения определённого этапа решения конкретной задачи
    - осуществлять каждый из этапов решения конкретной задачи наиболее эффективным способом
    - записывать словесно заданные отношения и зависимости на математическом языке, выполнять вычисления и необходимые логические и иные операции
    - проверять правильность каждой операции, входящей в тот или иной приём выполнения этапа решения конкретной задачи, проверять ход и результат всего решения

Таблица 4

- Научиться решать текстовые задачи
  - Узнать
    - сведения о задаче и её структуре
    - об объектах окружающей действительности, их свойствах, способах словесного описания
    - зависимости между величинами и их математическое выражение
    - из каких этапов складывается процесс решения любой задачи
    - назначение каждого этапа
    - какими методами, способами и приёмами можно осуществить каждый этап решения и решение в целом
    - из каких операций состоит каждый из методов, способов, приёмов выполнения этапов решения и решение в целом
    - понятия об арифметических действиях и их свойствах, о других необходимых для решения математических понятий
  - Научиться
    - конкретизировать назначение и содержание каждого этапа решения данной задачи
    - выбирать способы действий, наиболее эффективные для выполнения конкретного этапа решения данной задачи
    - выполнять каждую операцию, входящую в способ выполнения любого этапа решения
    - выполнять всю последовательность операций, составляющих определённый способ осуществления этапа решения
    - выполнять каждый из этапов решения конкретной задачи наиболее подходящим способом
    - записывать словесно заданные отношения и зависимости на математическом языке, выполнять вычисления и необходимые логические и иные операции
    - проверять правильность каждой операции, входящей в тот или иной приём выполнения конкретного этапа решения, проверять ход и результат решения

Следующим шагом в построении системы учебных задач должна быть выработка **требований** к содержанию и способам задания текстовых задач, выполнение которых необходимо для включения конкретной текстовой задачи в состав учебной задачи, определяемой одной (или несколькими) учебной целью — подцелью общей учебной цели: «*научиться решать задачи*».

П е р в о е т р е б о в а н и е. **Текстовые задачи должны быть включены в систему упражнений по темам и разделам начального курса математики.** Выполнение этого требования необходимо потому, что каждая текстовая математическая задача содержит в явном или в неявном виде некоторые математические понятия: отношения, свойства отношений, числа, понятия об арифметических действиях и т.п. Следовательно, такая задача может быть включена в урок только на некотором этапе изучения этих понятий и их свойств, т.е. содержание текстовых задач, на которых можно обучать общему умению решать задачи должно быть таким, чтобы задачи могли выполнять и роль средства обучения.

При отборе задач для опытной проверки разрабатываемой методики мы опирались на систему текстовых задач, представленную в действующих учебниках, дополняя её задачами аналогичного математического содержания, но с другой структурой построения текста.

Следующее требование в определённой мере уточняет первое. Проведём вначале рассуждения, в результате которых выделено это требование.

При сложившейся методике обучения решению текстовых задач в начальной школе каждая текстовая задача, включаемая в урок, обязательно должна быть решена. Поэтому текстовые задачи, содержащиеся в учебниках математики, являются задачами, математический базис которых составляют знания, уже усвоенные учащимися. Однако при разработке текстовых задач, включаемых в состав соответствующих учебных задач, необходимо учитывать то обстоятельство, что для формирования отдельных компонентов умения решать задачи более эффективным в определённых случаях оказывается не решение задачи, а выполнение лишь некоторой части решения. Например, при обучении школьников умению пользоваться уравнениями при решении текстовых задач очень важно научить их вводить переменную в содержание задачи, выполнять все операции по составлению уравнения. Полезны задания на выполнение только этой части решения. Получение уравнения, для решения которого у учащихся не хватает математических знаний, не является в данном случае препятствием для включения задачи в урок.

Поэтому в т о р о е т р е б о в а н и е к содержанию текстовых задач, дополняющее и уточняющее первое, будет таким: **содержание**

**текстовых задач должно обеспечивать доступность выполнения учащимися по каждой задаче задания в соответствии с той учебной целью, ради достижения которой организуется деятельность учащихся.**

Не всякая учебная цель может быть достигнута при решении одной учебной задачи. Это прежде всего относится к овладению учащимися умениями. Для достижения школьниками соответствующих учебных целей требуется определённая система учебных задач, первый компонент которой — учебная цель — остаётся неизменным, а конкретные текстовые задачи создают условия для постепенного усложнения условий выполнения тех действий и операций, овладение которыми и составляет содержание соответствующей учебной цели. Отсюда вытекает третье требование к содержанию текстовых задач: **обеспечение постепенного усложнения условий выполнения осваиваемого способа действий или расширения осваиваемых знаний**.

Разные способы осуществления одного и того же этапа решения конкретной задачи обладают различной степенью эффективности в зависимости от содержания задачи. Так, поиск плана решения некоторой задачи может оказаться более успешным при использовании чертежа, тогда как применение других средств может быть менее эффективным. Усвоение учащимися приёмов выполнения этапов решения задачи поэтому должно обеспечивать и умение выбирать наиболее целесообразные для решения каждой конкретной задачи. Сказанное обуславливает четвёртое требование: **система текстовых задач должна обеспечивать показ учащимся границ применимости осваиваемых способов и накопление знаний о ситуациях (видах задач), в которых применение того или иного способа наиболее эффективно и в которых его применение менее эффективно**.

***Итак****, основными компонентами системы учебных задач при обучении школьников решению текстовых задач являются* ***а) система учебных целей****, определяющих целостные акты УД школьников (выполнение которых обеспечивает овладение умением решать задачи), и* ***б) системы текстовых задач****, на которых осуществляется достижение учащимся этой цели. Первый компонент системы определяется целями обучения математике через общие и конкретные функции текстовых задач, содержанием и структурой общего умения решать задачи. Второй компонент — соответствующими требованиями к содержанию и способам задания текстовых задач.*

***Обучение решению текстовых задач есть обеспечение учителем принятия и решения учащимися учебных задач рассмотренной выше***

***системы*** *(обеспечение выполнения учащимися целостных актов учебной деятельности)*.

Описание методики соответствующего обучения, основанного на принятом нами понимании понятий «учебная деятельность», «формирование учебной деятельности» (§ 1) — цель следующей главы.

# ГЛАВА II

# МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ, СПОСОБСТВУЮЩЕГО ФОРМИРОВАНИЮ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

## § 5. Формирование у учащихся знаний о задачах

Рассмотрим постановку перед школьниками учебных задач, определяемых группой учебных целей по получению *знаний о задаче*, и организацию процесса обучения, направленного на решение учащимися этих учебных задач. (Знания о процессе решения задачи, об этапах решения и способах выполнения каждого из них необходимо, на наш взгляд, изучать одновременно с формированием соответствующих умений и потому об этом говорится в следующих параграфах.)

Выясним, какие *знания о задаче* и на каком уровне должны получить учащиеся начальной школы. Известны **два подхода** к решению этого вопроса.

**Первый** осуществлён в традиционных учебниках и пособиях для учителя. Суть его состоит в том, что учащимся не даётся никаких определений понятия задачи, а на конкретной задаче вводится термин «*задача*». На этой же задаче первоклассников знакомят с элементами задачи, с её арифметическим решением.

**Второй** подход реализован в экспериментально-педагогическом исследовании, которое осуществлялось под руководством Л.В. Занкова [37, 84]. Авторы ставят цель: сформировать у учащихся начальной школы понятие задачи. В качестве критерия сформированности этого понятия принимается умение учащегося определять, является ли предложенный ему текст задачей или нет. Учащимся сообщаются (на конкретных примерах) признаки, по которым тот или иной текст может быть отнесён к задачам. Одним из основных признаков называется наличие условия и вопроса или требования, что несомненно верно. Однако на условия авторы накладывают ограничения. В результате к задачам относят только текстовые сюжетные арифметические задачи. Детям предлагаются специальные упражнения на различение задачи и «не задачи». Например, тексты: «Чему равно значение суммы чисел 5 и 3?» [37, с. 48], «Разность неизвестного числа $x$ и числа 7 равна 12. Чему равно неизвестное число?» — не относятся авторами к задачам. Однако приведённые тексты — задачи, хотя и не сюжетные.

Можно ли, сохранив этот подход, дать детям верное представление о задаче? Конечно, можно. Но для этого необходимо задавать детям верное и обобщённое понятие, охватывающее все разновидности задач. В этом случае понятия математической и арифметической задачи будут частными случаями более общего понятия.

Чтобы решить вопрос о том, когда целесообразнее провести первое знакомство с текстовыми задачами, нужно определить, на каком этапе обучения математике возникает необходимость в их использовании.

В методике математики признано, что текстовые задачи служат раскрытию смысла, «предметного содержания» [117, с. 184] арифметических действий, в частности — действий сложения и вычитания [8, с. 52]. Раскрытие «предметного содержания» — это знакомство учащихся с ситуациями, которые после введения арифметических действий могут быть описаны в виде арифметических выражений, равенств. Понимание учащимися смысла действий проявляется в умении описать реальную или представленную в задаче ситуацию с помощью арифметических действий и, наоборот, увидеть за математическим выражением реальную ситуацию, которая может быть охарактеризована им. Но для этого арифметические действия должны быть представлены детям как обозначения с помощью чисел и знаков арифметических действий уже известных им ситуаций. Поэтому до введения арифметических действий у учащихся должны быть накоплены некоторые представления о таких ситуациях, а это можно сделать через соответствующие текстовые задачи.

По принятому в практике школы подходу к обучению решению текстовых задач считается, что учащиеся вначале знакомятся с арифметическими действиями, а потом — с соответствующими задачами. Это отражено в программе [96], в учебнике [59] и в методических пособиях [9, 61, 72, 76][*], согласно которым ознакомление с задачей должно происходить через несколько уроков после ознакомления учащихся с действиями сложения и вычитания. Однако в действительности это не так, в чём можно убедиться, просмотрев те упражнения, которые предлагаются в качестве подготовительных к введению арифметических действий. Например, М.А. Бантова [8, с. 52] рекомендует включить в подготовительные «упражнения с такими ситуациями: *На ветке сидело 6 птичек. Прилетело (улетело) 2 птички. Сколько птичек стало (осталось) на ветке?*»

То, что это упражнение — задача, бесспорно. Но автор не называет его так. Причина в том, что по традиции в методике преподавания

[*] Данная позиция сохранена и во всех сегодняшних учебниках и системах обучения.

математики текстовыми задачами часто называют лишь такие, ответ на вопрос которых находится путём выполнения арифметических действий над числами («… они представляют собой задачи на разыскание искомого и сводятся к вычислению неизвестного…» [117, с. 34], «В окружающей нас жизни возникает бесконечное множество таких жизненных ситуаций, которые связаны с числами и требуют выполнения действий над ними» [9, с. 171]. Такое понимание текстовой задачи неточно. А закрепилось оно в методике математики ещё с того времени, когда в школе никаких других текстовых задач не рассматривали, а под решением понимали именно выполнение арифметических действий. Такое понимание решения задачи изложено, например, в книге Ф.И. Егорова [35, с. 59].

Однако **получение ответа на вопрос задачи без использования арифметических действий над числами не может служить основанием для отказа данному тексту в названии «задача»**. В противном случае из рассмотрения выпадает большой круг задач, для решения которых нужно произвести не арифметические действия (или не только их), а логические или иные операции. Между тем необходимость использования таких задач в начальном обучении признаётся практически всеми методистами [9, 35, 36, 40, 41 и др.].

Анализ действующей программы [96] показывает, что необходимость рассмотрения текстовых задач возникает на этапе подготовки к введению действий сложения и вычитания. На этом этапе важно научить детей находить ответы на вопросы соответствующих задач с помощью практического оперирования предметами или их изображениями и счёта, т.е. на предметной или графической — в виде рисунка, модели (условной предметной модели). Но тогда и ознакомление с термином «задача», с некоторыми сведениями о процессе решения, о способах выполнения отдельных его шагов должно проводиться до введения арифметических действий, т.е. с первых уроков обучения детей в школе.

В экспериментальных классах на первом же уроке 1 сентября детям сообщалось, что на уроках математики они будут учиться решать задачи. Тут же детям предлагалось решить такую задачу (ответить на вопрос такой задачи): *«Саша с папой собирали грибы. Саша нашёл 1 гриб, а папа 3 гриба. Сколько грибов нашли папа и Саша вместе?»*. Большинство детей правильно ответило на вопрос задачи. Затем учитель прочитал текст задачи, решение которой заведомо непосильно для учащихся: *«На фабрике каждая швея за день шьёт 10 детских платьиц. Сколько платьиц сошьют за месяц 20 швей, если в месяце 25 рабочих дней?»* — и сказал: «Такие и много других задач приходится решать вашим мамам, папам, другим взрослым. В школе вы научитесь решать подобные задачи». Через несколько уроков детям было дано задание спросить у своих родителей о том, какие задачи им приходится решать на работе. Выполнение его способствовало расширению знаний первоклассников не только о задаче, но и о труде родителей, служило средством создания положительной мотивации учения.

На следующих уроках предлагались задачи, ответы на вопросы которых дети учились находить с помощью построения предметных моделей (подробнее об этом в следующих параграфах). Включались в уроки и задачи-шутки, задачи на сообразительность. Так обеспечивалось расширение представлений учащихся о задачах.

Через несколько уроков (1-б — через 6 уроков, 1-в — через 7 уроков) ребят знакомили с элементами задачи: условием и вопросом.

В соответствии с учебником [60], на первом уроке введения термина «задача» учитель должен «познакомить детей с составными частями задачи (условие, вопрос) и основными этапами её разбора и решения (что известно, что неизвестно, как узнать неизвестное число, запись решения, ответа на вопрос задачи)» [61, с. 31]. Даже простого прочтения этого перечня достаточно, чтобы увидеть: объём новых сведений, терминов, умений чрезвычайно велик для одного урока.

В экспериментальном обучении знакомство со структурой задачи, сведениями о процессе её решения, о способах осуществления каждого этапа проводилось постепенно. На первом уроке по ознакомлению с условием и вопросом ставилась дидактическая цель: научить детей выделять вопрос в текстах задач (текст читал учитель). Обязательным элементом урока была постановка соответствующей учебной цели и обеспечение её принятия учащимися, контроль и оценка (организация элементов самоконтроля и самооценки) результатов достижения учебной цели. Иными словами, с этого урока уже начиналась целенаправленная работа по формированию УД школьников.

Учащимся было сообщено, что на уроке они познакомятся с частями (элементами) задачи. Затем учитель сказал: «В задаче всегда о чём-то спрашивается, в ней обязательно есть вопрос. Послушайте такую задачу: … В этой задаче вопрос такой: … Послушайте другую задачу: … Повторите только вопрос. Можно ли решить задачу, не зная её вопроса? Чему нужно научиться, чтобы уметь решать задачи?» Дети дали такие ответы: *«Научиться … знать вопрос.»* (Ира Г., 1-б); *«Научиться узнавать вопрос.»* (Максим З., 1-б); *«Научиться понимать вопрос.»* (Дима К., 1-в), и др. «Да, – подытожил учитель, – для того, чтобы научиться решать задачи, вам нужно будет прежде всего научиться выделять в них вопрос. Сегодня вы и будете этому учиться.» Потом один из учеников повторил цель предстоящей работы. «Что же для этого нужно делать? – продолжал учитель. – Наверно, послушать несколько задач и в каждой попытаться выделить вопрос.» Далее учитель прочитал три задачи (одна из них — задача-шутка), а учащиеся в каждой выделили вопрос, повторяя его вполголоса сразу после чтения задачи или даже во время чтения. Учитель просил одного из учащихся повторить вопрос. Дети поднимали руку, если выделили тот же вопрос. В четвёртой «задаче» *(«Лена и Таня помогали маме мыть посуду. Лена вымыла 3 тарелки, а Таня вымыла 5 тарелок.»)* учитель намеренно «забыл» прочитать вопрос. Первоклассники недоумевали. Учитель объяснил: то, что он прочитал, — не задача, так как здесь ни о чём не спрашивается. «Можно ли дополнить текст, чтобы получилась задача? Придумайте вопрос», — сказал учитель. Дети задали такой вопрос: *«Сколько тарелок вымыли Лена и Таня?»*.

После завершения этой работы учитель спросил: «Что нового о задаче вы сегодня узнали? Чему учились?» Выслушав ответы, продолжил: «А как проверить, хорошо ли научились? Что бы вы сделали, чтобы узнать, научились ли вы выделять вопрос в задаче?»… «Давайте поступим так: я буду читать задачу, вы выделите и запомните её вопрос.» Далее учитель медленно прочитал задачу, напомнил задание: «Выделяем и запоминаем вопрос», прочитал задачу ещё раз и продолжил: «Говорите друг другу вопрос задачи, вначале ученики, сидящие здесь… (показывает), а теперь — сидящие здесь… Кто верно выделил вопрос в задаче поднимите руку … Кто выделил вопрос задачи неверно или не сумел выделить вопрос?… Вы научились выделять вопрос задачи?» (Нет ещё.) «Послушайте ещё задачу, выделите в ней вопрос…»

Через урок учитель аналогично познакомил детей с другим элементом задачи: условием.

В последующие уроки регулярно включались упражнения на выделение вопроса и условия из текста читаемой учителем задачи. (Подобные упражнения имеются в экспериментальном учебнике [37].) По мере овладения навыками чтения дети стали выполнять задания по напечатанным текстам. Причём, каждый раз выяснялось, понимают ли первоклассники, для чего нужно уметь находить условие и вопрос. Периодически под руководством учителя дети проверяли и оценивали своё умение. Для рассмотрения предлагались задачи, содержащие вопрос в середине, в начале текста, а также содержащие требование задачи в форме побудительного предложения. При этом обращалось внимание на особенности условий и вопросов.

Формирование знаний учащихся о таких компонентах задачи, как данные, известные, неизвестные, искомое, начиналось через использование этих терминов учителем после знакомства с вопросом и условием. Наряду с закреплением умений выделять в задаче условие и вопрос велось обучение решению простых задач на предметных моделях. После накопления учащимися с помощью учителя опыта употребления терминов «данное», «известное», «неизвестное», «данное число», «известное число», «неизвестное число», «искомое», умения выделять в задаче эти компоненты, находить слова и предложения об искомом делались предметом соответствующей учебной цели учащихся. Учитель обеспечивал её принятие школьниками и организовывал их УД аналогично тому, как это было при обучении умению выделять в задаче условие и вопрос.

Знания о задачах уточнялись, расширялись и углублялись в течение всего учебного года при формировании у школьников других компонентов умения решать задачи. В конце второй и третьей четвертей в экспериментальных классах были проведены уроки обобщения знаний учащихся о задачах.

Осознанное овладение знаниями о задачах способствовало и лучшему усвоению учащимися других компонентов умения решать их, в особенности приёмов первичного анализа содержания.

Подведём **итог**.

*В начальной школе ознакомление с понятием задачи должно проводиться на интуитивной основе. Задача при этом понимается как общенаучное широкое понятие. Главные элементы задачи, выделять которые должны научиться дети, следующие: условие, вопрос, данные (известные), неизвестные, искомое. Эти умения формируются при выполнении учащимися специальных знаний по текстам задач в ходе организованной учителем УД.*

*Знания о задачах и её структурных элементах, соответствующие умения — необходимая основа для обучения детей другим компонентам умения решать задачи. Осуществление УД обеспечивается постановкой перед школьниками учебных целей, созданием условий для принятия (или самостоятельной постановки) этих целей детьми, для выполнения ими всех других структурных компонентов УД, что способствует эффективному овладению учащимися соответствующими знаниями и умениями.*

## § 6. Обучение учащихся способам (приёмам) выполнения действий по восприятию и первичному анализу содержания текстовой задачи

Целью настоящего параграфа является описание приёмов осуществления первого этапа решения задачи, последовательности ознакомления с ними учащихся, изложение методики обучения этим приёмам, ориентированного на формирование УД школьников.

Прежде всего нужно отметить чрезвычайную важность овладения учащимися начальных классов приёмами осуществления этого этапа. Результаты наблюдений за решением задач учащимися 1 – 3 классов показывают, что дети начинают выполнение арифметических действий без достаточного понимания содержания задачи, а иногда даже «не заметив» вопроса (например, 6 первоклассников из 34-х учеников контрольного класса, 1 кл, г. Москва, не смогли найти вопрос задачи в тексте после записи всех действий и ответа). На трудности в понимании учащимися содержания задачи указывают все учителя. Этот факт подтверждается и в официальных документах оценки состояния обучения математике в начальных классах (см., например: Начальная школа, 1983, № 8, с. 16 – 21).

В методической литературе названы некоторые из приёмов выполнения первого этапа решения.

В учебном пособии [9, с. 176 – 177] в качестве основных приёмов, помогающих детям понять содержание задачи (в пособии они, как уже говорилось, отнесены к двум первым этапам) названы следующие: правильное чтение задачи с выделением числовых данных и слов, «которые определяют выбор действия», выделение вопроса, представление того, о чём говорится в задаче, приём иллюстрации, повторение задачи. Все указанные приёмы не вызывают возражений. Следует только отметить, что иллюстрация является одним из видов моделей задачи. Пониманию задачи способствуют и другие виды моделей. Целесообразнее поэтому говорить о приёме (способе) моделирования.

Л.М. Фридман [117, с. 147] предлагает в качестве первичного применять «семантический анализ», направленный на «выявление особенностей словесного задания отдельных значений величин, как известных, так и неизвестных, в том числе и искомых, а главное — на выявление словесных признаков соотношений». Этот анализ производится путём разбиения текста задачи «на отдельные слова или группы слов (словосочетания), каждая из которых является словесным заданием (словесной моделью) определённого элемента задачи». (Там же, с. 150.)

Приём *разбиения текста на смысловые части*, несомненно, очень полезен для понимания содержания задачи. Обучение такому разбиению и выделению на этой основе отношений, связывающих данные значения величин и неизвестные, определение искомых компонентов этих отношений может содействовать формированию умения решать задачи.

Помогает осмыслению содержания задачи и замена словесного описания ситуации, данного в тексте, другим — сохраняющим все отношения и связи, но более явно их выражающим. Полезность такой переформулировки отмечают психологи [26, 27, 118 и др.], специалисты в области методики [4, 40, 48, 88, 102, 107 и др.].

Основная цель решающего на первом этапе — понять задачу. Такое понимание может характеризоваться получением ответов на вопросы: *О чём эта задача? Что в ней известно? Что неизвестно? Что нужно найти? Как связаны между собой данные (числа, величины, значения величин)? Как связаны данные и неизвестные, данные и искомое? Что является искомым: число, отношение, некоторое утверждение?*

Постановка указанных вопросов служит и средством, помогающим понять задачу. Поэтому представляется необходимым обучение детей умению задавать себе такие вопросы. При проведении же первичного анализа любым другим способом постановка перечисленных выше вопросов и ответы на них могут служить средством самоконтроля учащихся за степенью понимания задачи.

Для обучения мы выделили следующие **приёмы первичного анализа**:

***1. Правильное чтение и слушание задачи.***

***2. Представление жизненной ситуации, которая описана в задаче, мысленное в ней участие.***

***3. Постановка специальных вопросов по содержанию задачи.***

***4. Разбиение текста задачи на смысловые части.***

***5. Переформулировка текста задачи: замена данного в нём описания ситуации другим, сохраняющим все отношения, связи и количественные характеристики, но более явно их выражающим.***

***6. Моделирование ситуации, описанной в задаче, с помощью реальных предметов, о которых идёт речь в задаче, или предметов, их заменяющих (предметные модели); с помощью графических изображений (графические модели): рисунков, чертежей, схем.***

Каждый из перечисленных выше приёмов начинается с действий восприятия содержания задачи. Такими действиями являются чтение и слушание задачи. Качество их выполнения существенно влияет на степень понимания задачи, а, следовательно, и на эффективность дальнейших действий по её решению. Можно сформулировать определённые требования к чтению и слушанию задачи.

**Первое требование к чтению задачи** — *правильное прочтение всех слов, сочетаний слов, интонационное соблюдение знаков препинания.* Обучение такому чтению — задача уроков обучения грамоте и чтения. Однако и на уроках математики следует уделять этому внимание.

**Второе требование к чтению задачи** — *правильная расстановка логических ударений*. Логическое ударение оказывает при чтении значительное влияние на понимание задачи. Сюда относится требование выделять числовые данные, названия отношений. Особенно важна правильная постановка логического ударения в вопросе задачи, так как выделение в нём различных слов по-разному характеризует ситуацию, породившую этот вопрос, и либо помогает понять задачу, либо препятствует такому пониманию. Покажем это на примере.

Пусть вопрос задачи таков: *Сколько жёлтых цветов в вазе?* Он может быть прочитан, по крайней мере, с тремя различными способами расстановки логического ударения: 1. *Сколько <u>жёлтых</u> цветов в вазе? 2. Сколько жёлтых <u>цветов</u> в вазе? 3. Сколько жёлтых цветов <u>в вазе</u>?*

Выделение слова *«жёлтый»* означает, что в ситуации, вызвавшей этот вопрос, речь идёт о цветах разной окраски, находящихся в вазе. Причём, число жёлтых цветов связано какой-то зависимостью с числом цветов другой окраски. Выделение слова *«цветов»* позволяет предположить, что в задаче говорится о цветах и ещё о каких-то предметах (может быть, о ветках кустарника, стеблях травы и т. п.), находящихся в вазе. Если в вопросе выделены слова *«в вазе»*, то очевидно, что жёлтые цветы находятся в вазе и ещё в каком-нибудь сосуде или на столе и т. п. Причём, число цветов в вазе находится в каком-то отношении с числом цветов вне вазы.

Если характеристика ситуации, которая может быть получена из чтения вопроса, совпадает с имеющейся в условии, то такое чтение способствует лучшему пониманию задачи. В противном случае ученик дезориентируется в содержании задачи. Именно поэтому важно обучать младших школьников правильной постановке логического ударения в вопросе задачи. Не менее важно научить их по вопросу давать характеристику ситуации, которая может вызвать этот вопрос. Такое обучение нужно проводить вместе с обучением другим аспектам правильного чтения задачи. Следует заметить, что в методической литературе в лучшем случае даются указания лишь на выделение ударением числовых данных и слов, «которые определяют выбор действия» [9, с. 176].

Для того, чтобы показать учащимся важность умения правильно выделять в вопросе слова (термин «логическое ударение» можно в первом классе не вводить) и обеспечить принятие ими соответствующей цели, на одном из уроков в экспериментальных классах учитель сказал детям: «Вы уже знаете как важно хорошо понять задачу, чтобы её решить. А для того, чтобы понять задачу, очень важно правильно читать условие и особенно вопрос. Сейчас вы сами в этом убедитесь. Я прочитаю вам одну и ту же задачу два раза, а вы внимательно послушайте и скажите, когда вам легче было понять задачу — при первом чтении или при втором: *«Вова нарисовал 9 домиков, а Лида на 4 домика меньше. Сколько* *домиков нарисовала Лида?», «Вова нарисовал 9 домиков, а Лида на 4 домика меньше. Сколько домиков нарисовала Лида?.*

Выслушав ответы, учитель пояснил, почему выделение слова *«Лида»* (выделяется здесь и слово *«домиков»*, но это выделение слабее) помогает понять задачу. Затем он предложил детям поучиться «догадываться» по вопросу, о чём должно говориться в условии задачи, и сказал: «Представим, что злой волшебник решил помешать вам учиться и в текстах всех задач в учебнике математики «стёр» условия, оставил только вопросы. Помешайте замыслам злого волшебника, поучитесь восстанавливать задачу по вопросу.»

Далее учитель читал вопросы, а дети рассказывали, каким могло быть условие задачи. Вопросы учитель брал такие, которые допускали различные способы расстановки логического ударения. Завершилась эта работа самооценкой учащимися успехов в достижении принятой ими учебной цели (конечно, с помощью учителя).

В дальнейшем, когда дети научатся читать, можно предлагать такие упражнения.

1. Прочитайте вопрос задачи: *«Сколько красных фонариков изготовил Дима к празднику?»*, выделив в нём нужное слово, если этот вопрос относится к следующему условию: а) *К празднику Дима готовил фонарики. На уроке труда он сделал два жёлтых фонарика, а красных на 4 фонарика больше.*; б) *К празднику Дима делал красные фонарики. 4 фонарика он изготовил дома, а 5 – на уроке труда.*; в) *Дима сделал 10 красных фонариков. Несколько фонариков он изготовил к новогоднему празднику, а остальные 6 – сестрёнке к дню рождения.*; г) *На празднике у Димы было 7 красных фонариков. 4 фонарика ему подарили, а остальные он изготовил сам.*

2. Какому условию соответствует данный вопрос? (На доске или на карточке записан вопрос к некоторой задаче с выделенным для логического ударения словом и несколько текстов условий задач.)

В дальнейшем при решении задач и при выполнении других заданий учащимся постоянно напоминается о необходимости правильного чтения текста, точной постановки логических ударений.

Для обучения детей эффективному слушанию задачи, полезно познакомить учащихся со следующими рекомендациями:

— *При слушании задачи первый раз представь всё, о чём в ней говорится, и запомни вопрос.*

— *При повторном слушании запомни всё, что может понадобиться для поиска ответа на вопрос задачи.*

Обучение «правильному» эффективному слушанию проводится, в основном, одновременно с обучением умению выделять условие и вопрос задачи. Может оказаться, что после чтения или слушания задачи решающий понял её. Тогда он приступает к поиску решения или к его выполнению, если задача оказалась известного вида и он знает, как её решить.

Если после восприятия задачи решающему ещё не всё ясно, то он должен выполнить другие действия, входящие в тот или иной приём выполнения первого этапа решения задачи. При использовании любого приёма обязательно выделение вопроса и условия.

Второй из названных нами приёмов — ***представление ситуации, которая описана в задаче*** — фактически включается в действия по восприятию задачи, т.е. осуществляется при чтении или слушании задачи. Однако мысленное воспроизведение всей задачной ситуации, всех связей целесообразно проводить и после этих действий. Целью такого воспроизведения должно быть вычленение основных количественных и важных для решения качественных характеристик ситуации.

Умению точно и полно представлять задачу нужно специально учить школьников. Это умение должно стать предметом осознанного освоения учащимися. Можно рекомендовать выполнение на уроках специальных упражнений, например, таких:

*1. По тексту задачи представь всё, о чём в ней говорится. Опиши, что ты представил (нарисуй словесную картинку). Можешь ли ты теперь ответить на вопрос задачи?*

Работа строится так. Через некоторое время после чтения задачи учитель просит двух-трёх учеников рассказать, что они представили, нарисовать «словесную картинку» (М.А. Бантова). Дети по просьбе учителя сопоставляют «картинки», выясняют, насколько точно та или иная картинка отражает содержание задачи, какая из них лучше помогает понять задачу и найти ответ на её вопрос.

*2. При решении задачи: «Саша с папой ходил в лес по грибы. Папа нашёл 4 гриба, Саша 3 гриба. Сколько всего грибов они нашли?» Лена и Таня представляли задачу так. Лена, мысленно увидела деревья, зелёную траву, мальчика с папой, которые ищут грибы. Таня же «увидела» грибы, разложенные на столе: 4 гриба и 3 гриба, лежащие «в рядок». Кому из девочек мысленная «картинка» поможет решить задачу?*

После выполнения нескольких таких упражнений дети сами уже смогут комментировать рассказы своих товарищей о возникших у них представлениях. Важно, чтобы учащиеся убедились в том, что умение «хорошо» представить то, о чём говорится в задаче, очень помогает понять и решить её и что такому умению нужно учиться.

Для понимания некоторых задач полезно ***мысленно представить себя участником описанной в задаче ситуации***. Необходимо, чтобы учащиеся знали о возможностях этого способа и чтобы овладение им стало учебной целью их деятельности.

На одном из уроков учитель рассказывает об этом приёме и на конкретной задаче показывает, как можно его применить. В экспериментальных классах была взята такая задача (урок проводился в первой четверти): *«Мальчик покупал карандаш за 4 коп. В кассу он подал две монеты: 2 коп. и 3 коп. Сколько сдачи получит мальчик?»*. Учитель предложил: «Представьте, что это вы покупаете в магазине карандаш. Расскажите об этом». Несколько учащихся рассказали, как они «покупали карандаш». Дети убедились, что этот приём помогает понять задачу и что полезно научиться ему. Учитель организовал деятельность учащихся по достижению соответствующей цели, предложив ряд задач, по которым дети выполняли первый этап указанным образом. Для самоконтроля (и контроля со стороны учителя) учащимся предложили решить задачу с применением рассматриваемого приёма выполнения первого этапа решения.

Следующий приём выполнения первого этапа — ***постановка специальных вопросов*** (см. с. 70). В практике такие вопросы обычно задаёт учитель. Иногда они записываются в «Памятку», которая либо выдаётся каждому ученику, либо оформляется в виде таблицы. Но **цель** заключается в том, чтобы ***научить учащихся задавать себе такие вопросы*** *и отвечать на них самостоятельно, научить сознательно пользоваться ими при анализе содержания задачи*.

В экспериментальных классах в середине декабря, когда уже большинство детей достаточно хорошо читали, рассматриваемые вопросы стали предметом усвоения учащимися. (До этого учителя задавали такие вопросы сами.) В соответствии с принятым нами подходом вначале создавались условия для принятия учащимися цели: научиться задавать вопросы, помогающие понять задачу. Затем дети под руководством учителя приходили к выводу, что для этого нужно потренироваться задавать такие вопросы к нескольким задачам. Вопросы записывались на доске, что помогало детям правильно формулировать их при выполнении тренировочных упражнений.

В дальнейшем всегда, когда нужно было обсудить содержание задачи, обеспечить его понимание учащимися, учитель просил детей задать эти вопросы и ответить на них. Постепенно у детей вырабатывалась привычка ставить эти вопросы к тексту задачи всегда, когда требовалось её понять для отыскания решения.

Следующий приём, помогающий понять задачу — ***разбиение текста задачи на смысловые части и выделение на этой основе всей информации, необходимой для поиска плана решения***. Применение данного приёма обеспечивает порционное усвоение учащимися содержания задачи, что облегчает как его понимание, так и запоминание. Дадим краткую характеристику приёма.

Разбиение текста зависит от этапа обучения и от содержания конкретной задачи. Так, на первых уроках по ознакомлению с понятием *задача* и для многих простых задач на последующих уроках полезно разбиение текста на части, описывающие: а) начало события (*В саду росло 6 кустов малины.)*; б) действие, которое произвели (произошло) с некоторыми объектами (*3 куста засохли.);* в) конечный момент события, результат действия, о чём обычно говорится в вопросе (*Сколько кустов малины осталось в саду?)*. Для других простых задач выделяются описания двух связанных определённым отношением совокупностей предметов, двух значений величины и т. п. Например, для задачи 3 [60, с. 50] это разбиение может выглядеть так: *У Коли 7 марок, |а у Саши на 3 марки больше.| Сколько марок у Саши?*

Для составной задачи разбиение текста может служить основой выделения простых задач, последовательное решение которых и составляет решение данной составной.

Покажем это на задаче: *В саду 23 вишни, черешен на 3 меньше, чем вишен, а яблонь столько, сколько вишен и черешен вместе. Сколько яблонь в саду?* [60, с. 137].

Разбиение текста начинаем с постановки вопросов (вначале эти вопросы может задать учитель, постепенно передавая их постановку детям): О чём эта задача? Что в ней требуется узнать? На какие логические части делится текст?

Выясняется, что задачу можно разбить на следующие части: 1. *В саду 23 вишни, а черешен на 3 меньше, чем вишен.* 2. *Яблонь в саду столько, сколько вишен и черешен вместе.* 3. Вопрос задачи: *Сколько яблонь в саду?*

После такого разбиения поиск решения будет заключаться в выяснении того, что можно и нужно узнать по первой части условия, по второй его части, как это сделать.

В практике описанный приём обычно использует учитель при коллективной работе над содержанием задачи. Однако необходимо, чтобы он стал способом деятельности самого учащегося.

Чтобы овладение указанным приёмом могло стать целью УД учащихся, нужно показать им полезность его применения. Для этого при решении нескольких задач дети выполняют соответствующие действия по прямым указаниям учителя, после чего внимание детей обращается на то, что выполнение таких действий помогает лучше понять задачу и, следовательно, облегчает поиск решения. Делается вывод: чтобы научиться решать задачи, полезно научиться разбивать текст на смысловые части. С помощью учителя учащиеся определяют, какие задания необходимо выполнить для этого и выполняют их. (В экспериментальных классах эта работа проводилась через несколько уроков после обучения учащихся умению задавать вопросы по содержанию задачи.)

Задания могут быть следующие.

*1. Разбить тексты нескольких задач на смысловые части.*

*2. Определить, правильно ли выделены части в задаче? Помогает ли такое разбиение понять задачу? (Дан текст задачи с выделенными частями.)*

*3. Какое разбиение помогает понять задачу, а какое затрудняет? Почему? (На доске дважды записан один и тот же текст задачи, но в каждой записи он разделён на части по-разному.)*

*4. Повторить текст задачи, прочитанной учителем, по частям.*

*5. Разделить вертикальными чёрточками тексты на смысловые части так, чтобы задача стала понятнее. (Тексты записаны на карточках, которые раздаются детям. После выполнения учащиеся обмениваются карточками для взаимопроверки.)*

*6. Прочитайте задачу вначале полностью (можно вслух), а затем по частям, передвигая листок (с вырезанным слева вверху прямоугольником) по тексту так, чтобы в вырезе оставалась вначале только первая часть задачи, затем вторая и т.д. Решите задачу (ответьте на вопрос задачи). (Листки учитель заранее раздаёт детям.)*

После достаточного числа такого рода упражнений учащимся предлагается решить ряд задач с применением осваиваемого приёма. Опыт обучения учащихся данному приему показывает, что наиболее часто к нему прибегают дети со слабой успеваемостью.

Разбиение текста задачи часто оказывается более эффективно, если сопровождается ***переформулировкой***. Цель её — отбрасывание несущественных деталей, уточнение и раскрытие смысла существенных элементов задачи.

Покажем применение переформулировки на примере задачи [64, с. 158]: *За 35 тетрадей уплатили 70 к. Сколько нужно уплатить за 16 блокнотов, если блокнот на 8 к. дороже тетради?*

Изменение текста этой задачи может заключаться во введении терминов *цена, количество, стоимость*. В результате текст станет таким: *Стоимость всех тетрадей – 70 к., количество тетрадей – 35, цена неизвестна*. (Первая часть.) *Количество блокнотов – 16, цена неизвестна, стоимость всей покупки тоже неизвестна, её нужно найти*. (Вторая часть.) *Цена блокнота на 8 к. больше цены тетради.* (Третья часть.)

Для поиска и выполнения плана решения достаточно знать зависимость между тремя величинами — ценой, количеством и стоимостью, уметь находить число, на 8 больше данного.

Переформулировка полезна и при решении простых задач. Возьмём задачу [60, с. 149]: *Утром в магазине было 30 книжных шкафов. К концу дня осталось 12 шкафов. Сколько шкафов продали за день?* Решение её удобнее искать, если текст будет сформулирован так: *Было 30 шкафов. Осталось 12 шкафов. Сколько шкафов продали?*

Результат переформулировки может быть отражён в записи (краткая запись задачи). Можно обойтись и устным воспроизведением полученного текста.

Обучение целесообразной переформулировке — один из важных аспектов обучения умению решать задачи. Первый опыт её применения дети должны получить ещё при рассмотрении простых задач. Для этого учитель предлагает учащимся после восприятия задачи повторить условие и вопрос задачи, выделив самое на их взгляд, важное, на их взгляд, и помогает сделать это. Через несколько уроков, когда у учащихся уже накопится некоторый опыт, учитель делает этот способ предметом осознания и усвоения. (В экспериментальных классах это было сделано в начале второй четверти.)

— Ребята, вы, наверно, обратили внимание на то, что я часто предлагаю вам передать содержание задачи своими словами? — сказал учитель.

— При этом вам иногда приходилось использовать новые слова, которых не было в тексте задачи, и наоборот, опускать некоторые слова, имеющиеся в тексте. Всё это мы делали для того, чтобы лучше понять задачу. А хорошее понимание, как вы знаете, — главнейшее условие успеха решения. Сегодня целью вашей работы и будет: учиться «говорить по-другому» задачи, для того чтобы лучше их понять.

После этих слов учитель предложил задачу, по которой дети выполнили **задание**: *передать содержание задачи в форме, удобной для поиска ответа на её вопрос*.

Полезно привлекать учащихся к составлению заданий, выполнение которых помогает им в достижении поставленной цели. Задачи, которые подбирает учитель к уроку, должны содержать уже известные детям математические отношения и зависимости. Необходимо также включать в уроки задачи с недостающими и с лишними данными. Полностью решение задач при обучении приёмам, помогающим понять задачу, если и производится, то устно или с записью лишь отдельных шагов. Это нужно для того, чтобы трудности записи решения (а они у некоторых первоклассников значительные) не перечеркнули бы то понимание содержания задачи, которое возникает в результате переформулировки.

На следующих уроках умение проводить первичный анализ рассматриваемым способом закрепляется. Детей обучают использованию сочетания изменения текста и разбиения его на смысловые части. В дальнейшем обучение обоим приёмам ведётся одновременно и совершенствуется при выполнении специальных заданий на более сложных задачах, а также при решении задач новых видов.

Особой разновидностью переформулировки является ***введение удобных единиц измерения величин***, о которых идет речь в задаче.

Покажем суть описываемого приема на примере решения нескольких задач.

Задача 1. *Ученик заплатил за 2 блокнота и 3 открытки 99 к. Сколько стоит блокнот и открытка в отдельности, если блокнот в 4 раза дороже открытки?*

Будем рассуждать так. В задаче речь идет о цене – стоимости единицы товара, о стоимости всего товара и о количестве товара – о количестве (штук) блокнотов и открыток.

Стоимость и цена – это величины. В задаче названа только одна единица стоимости – *копейка* и одна единица цены – *копейка за штуку товара.* Однако стоимость, как и любая другая величина, может иметь много других единиц. Мы вправе в качестве меры выбрать любой объект, характеризуемый данной величиной, и приписать ему значение, равное единице, т. е. принять «количество величины» в этом объекте за единицу.

Поскольку в задаче описывается лишь два рода предметов, характеризуемых стоимостью — блокноты и открытки, то в качестве мерки удобно выбрать один из них и принять значение его стоимости за единицу. Так как возможностей для выбора существует две, то и возможных путей переформулировки рассматриваемого вида — два.

Возьмем в качестве меры более дешевый предмет — открытку, а ее стоимость примем за единицу. Дадим название этой единице. Название может быть любым. Чтобы не придумывать новых терминов, назовем новую единицу стоимости так же, как и предмет — «открытка». Итак, мы имеем теперь новую единицу стоимости — 1 откр., где «откр» — сокращенное обозначение этой единицы.

Выразим цены описываемых в задаче товаров в новых единицах стоимости цены описываемых в задаче товаров. Цена открытки, т. е. стоимость одной открытки — 1 *откр*. Цена блокнота, т. е. стоимость одного блокнота согласно условию в 4 раза больше цены открытки. Теперь можно переформулировать задачу с учетом новой единицы. Получим следующий текст: «*Ученик заплатил за 2 блокнота и 3 открытки 99 к.*

*Если стоимость измерять в «открытках», то стоимость одной открытки (цена открытки) – 1 откр. , а блокнот в 4 раза дороже. Найдите цены открытки и блокнота в копейках.»*

Текст задачи после переформулировки может выглядеть и так: «*Ученик заплатил за два блокнота и 3 открытки 99 к. Цена открытки (в «открытках») — 1 откр., цена блокнота — 4 откр. Каковы цена открытки и цена блокнота в копейках?»*

Задача на отыскание стоимости фактически преобразовалась в задачу перевода значений стоимости из одних единиц в другие. Построенное на этом тексте арифметическое решение задачи в записи может выглядеть так:

1) 1 · 3 = 3 (*откр*.) — стоимость 3 открыток;

2) 1 · 4 = 4 (*откр*.) — цена блокнота;

3) 4 · 2 = 8 (*откр*.) — стоимость 2 блокнотов;

4) 8 + 3 = 11 (*откр*.) — стоимость всей покупки;

5) 11 *откр*. = 99 *к*., 99 к.: 11 = 9 *к*.; 1 *откр*. = 9 *к*., следовательно, 1 открытка стоит 9 копеек, тогда 1 блокнот будет стоить 36 копеек (9 *к*. · 4 = 36 к.).

Ответ: открытка стоит 9 копеек, блокнот 36 копеек.

Отметим, что приведенная выше задача без введения новых единиц стоимости или без преобразования ее в задачу «на части» недоступна для решения учащимися начальных классов. Введение же подходящих единиц делает возможным ее решение учащимися второго класса.

Задача 2. (М.– 3) *Магазин продал за день 12 банок вишневого варенья и 20 таких же банок малинового, причем малинового варенья было продано на 16 кг больше, чем вишневого. Сколько килограммов варенья каждого сорта было продано за день?*

Это задача о массе варенья. В ней фактически использованы две единицы массы: *килограмм* и *банка*. 1 *банка* — это масса варенья в одной банке. Сокращенное обозначение — 1 *б*. В задаче масса варенья каждого сорта характеризуется в банках, а разность между массами варенья разных сортов — в килограммах. В вопросе задачи выражено требование – перевести значения масс варенья каждого сорта из одних единиц в другие: из *банок* в *килограммы.* Ясно, что для выполнения этого требования достаточно иметь результаты измерения одного и того же «количества массы» в двух указанных единицах. Осознание этого позволяет получить следующий текст задачи: *Масса проданного за день вишневого варенья — 12 банок, малинового — 20 банок. Измеренная в килограммах разница между массой малинового и массой вишневого варенья равна 16 кг. Требуется выразить в килограммах массу проданного за день вишневого и малинового варенья (в отдельности).*

Разумеется, при анализе задачи учащимися запись переформулированного текста не обязательна.

Задача 3. *Из одного населенного пункта в другой выехал мотоциклист. Через 2 часа вслед за ним выехал автомобиль. Сколько времени понадобилось автомобилисту, чтобы догнать велосипедиста, если скорость автомобиля в 3 раза больше скорости велосипедиста.*

На первый взгляд в задаче слишком мало данных для того, чтобы можно было приступить к решению. Однако введение в текст задачи соответствующих единиц может сделать эту задачу доступной для решения учащимися начальных классов. Рассуждения, с помощью которых можно ввести единицы величин, имеющихся в задаче, могут быть следующими.

В данной задаче описывается движение. Любое движение может характеризоваться тремя взаимосвязанными величинами: скоростью, временем и длиной пути. В задаче явно даны значения лишь одной величины — времени. Значения времени даны в часах. Характеристики других величин даны лишь косвенно. Известно, что велосипедист был в пути уже два часа к тому времени, когда начал движение автомобиль. Поэтому за единицу длины пути можно принять путь или некоторую часть пути велосипедиста.

Примем, например, за единицу длину пути, которую велосипедист преодолевал за 1 час. Дадим ей название. Оно может быть совершенно произвольным, к примеру, «путь». Сокращенное обозначение — 1 пт. Тогда содержание рассматриваемой задачи может быть представлено так: «*Из одного населенного пункта в другой выехал велосипедист со скоростью 1 пт./ч. Через 2 часа вслед за ним выехал автомобиль, скорость которого была в 3 раза больше скорости велосипедиста. Сколько времени понадобится автомобилю, чтобы догнать велосипедиста?»* В таком виде задача уже доступна для решения учащимися третьего класса.

Возможно, описанный прием покажется сложным. Однако, сложен он лишь потому, что при обучении детей в школе, при подготовке учителей в педагогических училищах и вузах очень мало внимания уделялось такому важному понятию математики и физики, как *величина.* Кроме того в традиционных школьных учебниках вообще игнорируется тот факт, что выбор единицы измерения — это произвол измеряющего и ограничен он лишь целевым назначением этого измерения.

В школьных учебниках математики, в пособиях для учителей зачастую игнорируется тот факт, что в повседневной жизни мы часто прибегаем к самым разным и необычным единицам измерения. Например, собираясь купить ребенку обувь часто измеряют длину его стопы кусочком нитки. На вопрос о том, как далеко находится, к примеру, магазин от нашего дома, мы спокойно можем ответить: «Пять минут ходьбы.»

Рассматриваемый вид переформулировки будет средством, помогающим понять задачу, лишь в том случае, когда у учащихся формируются соответствующие представления о величинах, об измерении величин, о единицах измерения. Проблема формирования таких представлений не входит в задачи данного исследования, поэтому заметим лишь, что содержание названных понятий доступно детям, соответствует их жизненному опыту. Внедрение данного приема в практику обучения требует и специальной подготовки учителей, так как в настоящее время многие из них все еще считают, что общепринятые единицы величин являются единственно возможными.

Обучение учащихся данному приему можно строить в той же логике, что и предыдущим.

Следует сказать и о **краткой записи задачи**. Согласно учебникам [60, 62, 64] и методическим пособиям к ним [61, 63, 65] решение большинства задач на уроках и дома сопровождается составлением краткой записи, как обязательным элементом процедуры решения. Обучение составлению краткой записи к задачам ведётся через показ образцов. О том, что краткая запись — это переформулированный текст задачи, что краткая запись есть одно из средств, которое может помочь (а может и помешать) понять и решить задачу — учащимся не сообщается. Процесс составления краткой записи не расчленяется на отдельные операции. Соответственно, не проводится и обучение этим операциям. Не обучают детей и выбору наиболее помогающей им формы краткой записи, и поиску плана решения по сделанной краткой записи. Поэтому для большинства учащихся краткая запись выступает как обязательный элемент решения, назначение которого им не совсем понятно. Об этом свидетельствуют и ответы учащихся на вопрос «Что значит решить задачу?» (см. § 10); и многочисленные случаи, когда учащийся, решив задачу, «мучается» над составлением краткой записи её, когда, сделав схематическую запись к задаче, совсем не пользуется ею при решении.

На неправильное понимание назначения краткой записи и неверное применение её в практике указывал ещё в 1972 г. А.М. Пышкало [97, с. 25], однако и в настоящее время положение изменилось незначительно.*

---

* К сожалению, этот вывод применим и к сегодняшним дням. Стал уже классическим образ плачущего первоклассника, который знает ответ на вопрос задачи, но не знает, как записать эту задачу кратко.

Проблема оформления решения (и краткой записи в том числе) существует и в средней школе. И это не частная проблема, а проблема отношения формы и содержания. Более подробно эта проблема рассмотрена нами в работах [12] и [14] из «Списка публикаций автора…» (с. 135)

Составление краткой записи (как и применение других приёмов) действенно только тогда, когда ученик понимает её назначение, умеет определять, к каким задачам целесообразно делать краткую запись, знает и умеет выполнять все шаги по её составлению (разбиение на части текста и его переформулировка, выбор схемы расположения слов, чисел, рисунков в соответствии с характером связей и отношений между числами, величинами и т.п., выбор формы записи, установление соответствия краткой записи содержанию задачи и т.д.). Другими словами, нужно специальное обучение составлению краткой схематической записи через организацию соответствующей УД.

Следующий приём первичного анализа задачи — ***моделирование***. Моделирование играет значительную роль во всех разделах науки, а в связи со стремительным внедрением в различные области человеческой деятельности компьютеров эта роль ещё более возрастает. Включение моделирования в учебный процесс, обучение моделированию — важная задача современной школы [28, 61].

Оговоримся, что термин ***модель*** будем употреблять только для моделей, используемых как средства анализа содержания задачи, поиска плана или проверки решения. Сделано это для отделения таких моделей от выражений, равенств, уравнений, составленных по задаче, которые тоже являются моделями задачи.

Использование моделей при решении задач включает в себя построение модели, составление по ней плана решения и его выполнение как на языке модели, так и другими средствами. Построение модели — есть средство осмысления содержания задачи.

Психологический аспект обучения учащихся начальной школы применению предметных и графических моделей к решению задач исследован М.Э. Боцмановой [17]. Модели, помогающие пониманию и решению конкретных видов задач курса математики начальных классов, рассмотрены Л.Ш. Левенбергом [53]. Наш подход к моделированию при обучении решению задач отличается от описанного Л.Ш. Левенбергом тем, что Л.Ш. Левенберг не рассматривает моделирование как элемент содержания обучения математике.

Известны различные виды (приемы) моделирования. Наиболее простым является *практическое воспроизведение описанной в задаче ситуации* (этот способ иногда называют *«драматизацией»* задачи).

Рассмотрим такую задачу: *«У Лены было 6 карандашей, а у Тани 4 карандаша. Сколько карандашей у обеих девочек?»* Эта задача может быть воспроизведена на уроке так. К доске выходят две девочки. У одной в руке 6 карандашей, а у другой – 4. Такое воспроизведение естественно дополняет и уточняет представления детей, возникшие при чтении текста задачи. Полезно научить первоклассников осознанно использовать приём драматизации.

Обучение воспроизведению задачной ситуации в экспериментальных классах проводилось параллельно с формированием у учащихся умения представлять её. Строилось это обучение (как и другим приёмам) так, чтобы учащиеся переходили от практической деятельности к учебной.

На специально подобранных задачах определялись границы применимости рассматриваемого приёма. Для этого детям предлагалось применить этот способ к задачам, сюжет которых таков, что не может быть прямо воспроизведён. Был сделан вывод, что в большинстве случаев прямое повторение того, что описано в задаче, невозможно, а потому целесообразнее мысленное её представление или изображение с использованием произвольных предметов: квадратов, кружочков, палочек и т.п.

Этот вывод и есть начало работы над обучением школьников ***предметному моделированию*** как средству осуществления первичного анализа (и не только первичного анализа, так как на первых ступенях обучения решению текстовых задач, и особенно при решении задачи средствами модели, этапы первичного анализа, поиска решения и даже его выполнения ещё не расчленяются).

К ***условно-предметным моделям*** отнесём ***схематические рисунки***. Предметы, о которых идёт речь в задаче, изображаются в этом случае кружочками, квадратами и т.п. В методической литературе достаточно подробно описано, как строить такие модели к тем или иным задачам [8, 52, 53, 66, 80, 103]. Направленность обучения применению рисунков при решении текстовых задач на формирование УД обеспечивалась в экспериментальном обучении так же, как и при обучении другим компонентам умения решать задачи.

Для лучшего овладения учащимися рассматриваемым умением мы разбили процедуру построения рисунка (построения условно-предметной модели) на отдельные **операции:**

а) ***выбор вида изображения данных*** (кружочки, квадраты, треугольники, точки, стилизованное изображение предметов, о которых идёт речь в задаче, и т.п.);

б) ***выбор расположения изображений*** (в одну строку, в две, двумя группами и т.п.);

в) ***выбор последовательности изображения*** элементов содержания задачи на рисунке;

г) ***последовательное выполнение рисунка***;

д) ***выделение данных, неизвестных, искомого*** *(цветом, специальными пометками, знаками; заключение внутрь овалов и т.п.) и их* **обозначение**.

Эти операции обобщались детьми в соответствующую программу–памятку.

Есть определённые ограничения применения рассматриваемых схематических рисунков к решению текстовых задач. Так, например, нецелесообразно строить такой рисунок к задачам, содержащим большие числа, содержащим непрерывные величины: длину, массу, вместимость и т.п. Графической моделью задачи *«Сестре 7 лет, а брат на 2 года старше сестры. Сколько лет брату?»* [60, с. 72] может быть только чертёж, на котором данные изображаются отрезками или другими геометрическими объектами, характеризуемыми непрерывными величинами — длиной или площадью.

***Построение чертежа*** (***геометрической модели)*** может быть полезно при анализе и поиске решения задач, содержащих как непрерывные величины, так и дискретные.

Например, для задачи «*На полке стояло 30 книг. Девочка сняла сначала 5 книг, а потом ещё 3 книги. Сколько книг осталось на полке?*» [60, с. 129] чертёж (рис. 1) предпочтительнее рисунка.

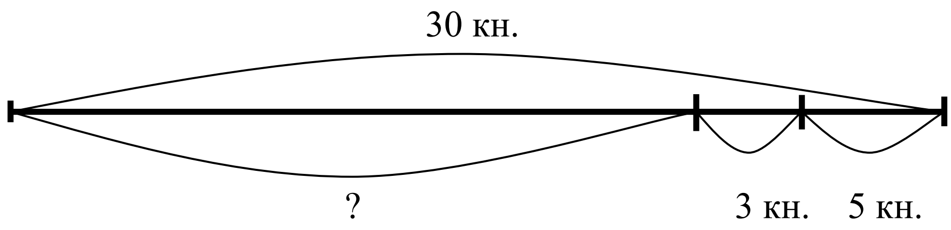



Рис. 1

Обучение применению чертежа проводится после ознакомления учащихся с отрезками и отношениями между ними. Дети к этому времени должны уметь строить отрезок заданной (в произвольных или общепринятых единицах) длины, измерять его длину, строить отрезок больший (меньший) данного на несколько единиц длины (без использования вычислений и с их помощью), сравнивать два отрезка по длине, строить «сумму» двух отрезков и «разность» без предварительного вычисления длины искомого отрезка.

Ознакомление с данным приёмом выполнения первого этапа решения в экспериментальном обучении проводилось так.

Тема одного из уроков (третья четверть): «Применение чертежей при решении задач». Вначале учащимся предлагалось выполнить ряд подготовительных упражнений. Одно из них, например, было таким: «*Покажите отрезок* (рис. 2), *длина которого неизвестна. Как можно найти* *её через длины других отрезков?*» (Чертежи проецируются через кодоскоп, или заранее вычерчиваются на доске.)

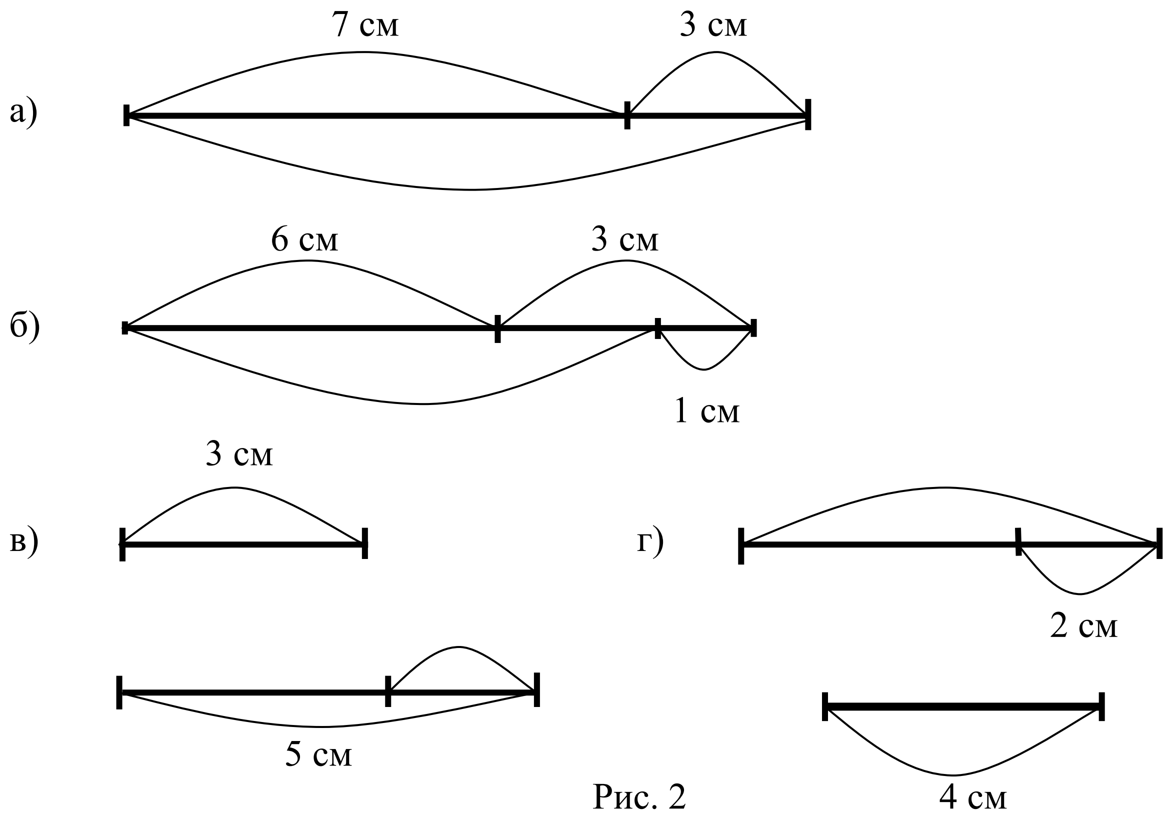



Рис. 2

Учитель вводил термин *чертёж* и обращал внимание учащихся на то, что по чертежу легко определить, какие действия над данными числами нужно выполнить, чтобы получить искомое. Далее учитель сообщал, что изображение задачи в виде отрезков, т.е. построение чертежа к ней помогает при решении многих задач. «Сейчас я покажу, как строить чертёж к задаче и как искать по нему решение», — сказал учитель. На одной из задач он (а под его руководством и дети) выполнял все операции по построению чертежа и составлению плана решения задачи по нему. Завершили эту работу **выводом**:

— *Для того, чтобы научиться решать задачи, полезно научиться строить чертежи к задачам и составлять планы решения по чертежам.*

Уточняя понимание учащимися цели предстоящей работы, учитель обратился к детям с вопросом: «Чему же вам сегодня нужно научиться?» С помощью учителя были сформулированы две цели:

— *Научиться строить чертёж к задаче.*

— *Научиться по готовому чертежу составлять план решения.*

По предложению учителя на данном уроке была принята только одна цель — первая. Затем дети (с участием учителя) определили виды заданий, выполнение которых поможет достичь поставленную цель.

**Первое задание:** *коллективно построить чертёж к задаче, выделяя и запоминая, что и в какой последовательности делали для этого*.

Задача: *На урок труда детям выдали проволоку: один кусок длиной 7 м, а другой – 3 м. На изготовление игрушек школьники истратили 8 м. Сколько метров проволоки осталось?*

В результате выполнения задания в тетрадях и на доске появился чертёж (рис. 3).

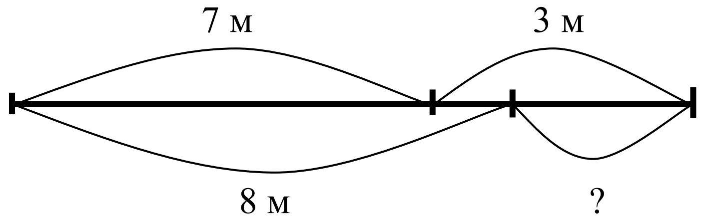



Рис. 3

Кроме того, на доске были записаны пункты **«Памятки»**:

1. Прочитай задачу, выдели вопрос и условие, данные, искомое.
2. Выбери то, что полезно выражать длиной отрезка.
3. Выбери то, что будешь изображать отрезком в первую очередь.
4. Изобрази одно из данных или неизвестных отрезком, обозначь его.
5. Изобрази отрезками оставшиеся данные, неизвестные, искомое. Обозначь их. (Перед тем, как чертить каждый из отрезков, определи: а) как его расположить; б) какой длины его взять.)
6. Проверь, правильно ли построен чертёж.

Далее учащиеся тренировались в построении чертежей, после чего учитель предложил детям проверить и оценить, научились ли они строить чертежи к задачам. Вместе определили, что нужно сделать для такого контроля: *«Нужно взять задачу и самому сделать чертёж. Если получится, то научился.»* (Андрей С. — сильный учащийся, 1-б); *«Нужно решить задачу чертежом.»* (Ира М. — средняя ученица, 1-в). Закончилась работа на этом уроке самостоятельным выполнением чертежа к данной учителем задаче. (Возможно проведение такой оценочной самостоятельной работы на следующем уроке.)

Детям экспериментальных классов очень нравилось решать задачи с помощью чертежа.

В дальнейшем обучение построению чертежа продолжалось при решении задач и при выполнении специальных заданий. Рассматривались и задачи, к которым применение чертежа нецелесообразно.

Большую пользу приносит включение **специальных заданий** в устные упражнения. Ниже приведены некоторые из них.

*1. На доске заранее построено несколько чертежей. Через кодоскоп проецируется текст задачи. Задание учащимся: указать номер чертежа, соответствующего задаче (или того, который будет соответствовать после внесения некоторых изменений — указать каких).*

*2. Учитель проецирует через кодоскоп два-три текста задач или указывает номер страницы учебника. На доске — чертёж. Задание учащимся: выбрать задачу, к которой построен чертёж.*

*3. Дана задача и чертёж к ней. Задание учащимся: проверить, правильно ли построен чертёж; если неправильно, то найти ошибку и сказать, как её устранить.*

Чтобы приведённые упражнения включались в обучение решению задач с ориентацией на формирование УД, при их выполнении (или после) обязательно выясняется целевое назначение этих упражнений: «Как вы думаете, чему я хотела вас научить, предлагая эти задания?» (Научить определять, подходит ли чертёж к задаче, научить проверять, правильно ли построен чертёж и т.п.) «А для чего вам нужно это уметь?» (Чтобы уметь применять чертежи при решении задач.)

Подведём некоторые **итоги**.

*Большинство ошибок, допускаемых учащимися начальных классов при решении текстовых задач, происходит от неумения анализировать содержание задачи, от незнания приёмов, помогающих понять задачу. А потому обучение этим приёмам — наиболее важное звено в формировании общего умения решать задачи.*

*Для выделения приёмов выполнения первого этапа решения текстовых задач существенно уточнение его назначения. К этому этапу целесообразно отнести действия и операции, в результате выполнения которых решающий может ответить на все вопросы по содержанию задачи (не отвечая на вопрос: Как решить задачу?): О чём эта задача? Что в задаче спрашивается? Что в задаче известно? Что неизвестно? Как связаны между собой данные, данные и неизвестные, данные и искомое? Что обозначают слова …, словосочетания, …, числа, …? и т.п.*

***Основные приёмы первичного анализа:***

***1. Правильное чтение и слушание текста задачи.***

***2. Представление ситуации, которая описана в задаче.***

***3. Постановка специальных вопросов по содержанию задачи.***

***4. Разбиение текста на смысловые части.***

***5. Переформулировка текста.***

***6. Построение моделей (предметной, условно-предметной, геометрической, словесно-графической).***

*Каждый из названных приёмов начинается с восприятия задачи (чтения или слушания текста), чему также нужно специально обучать детей. В частности, необходимо специально обучать учащихся постановке логического ударения в тексте задачи.*

*Эффективным является такое обучение указанным приёмам, в котором обеспечивается выполнение учащимся (с необходимой долей помощи учителя) целостных актов УД, задаваемых целями: «Научиться правильно читать и слушать задачи.», «Научиться так представлять ситуацию задачи, чтобы она стала понятнее.» и т.п. В таком обучении происходит и становление УД школьников, и формирование общего умения решать задачи.*

## § 7. Приёмы поиска плана решения задачи и обучение им учащихся

Характер поиска плана решения (поиска решения) задачи определяется характером и результатом восприятия и первичного анализа. Более того, в реальном процессе поиск плана решения зачастую совершается параллельно или одновременно с первичным анализом задачи. Однако при обучении детей решению задач целесообразно выделить приёмы осуществления этого этапа для специального изучения.

В настоящем параграфе описаны приёмы поиска плана решения текстовой задачи, включённые нами в содержание обучения учащихся начальных классов решению задач. Здесь же дан ответ на вопрос, как обучать им, чтобы у детей формировалось как умение решать задачи, так и УД.

Поиск плана решения задачи можно осуществить на основе её модели. Модель может служить только осмыслению содержания задачи, а может быть использована и для поиска плана решения. В последнем случае план решения составляется после построения модели в результате анализа отношений между её элементами. Деятельность решающего при этом направлена вначале на выбор последовательности операций (с элементами модели), выполнение которых приведёт к нахождению характеристики компонента модели, обозначающего искомое. Затем найденную последовательность переводят на язык тех средств, с помощью которых предполагается получить ответ на вопрос задачи.

План решения задачи может быть найден в результате проведения рассуждений, вычленяющих словесные задания отношений между данными, данными и неизвестными, данными и искомым в тексте задачи. На этой основе производится выбор последовательности действий при арифметическом решении или последовательности шагов по составлению уравнения. Эти рассуждения являются естественным продолжением первого этапа решения задачи.

Покажем **образец** таких **рассуждений**.

Пусть нужно решить задачу [60, с. 162]: *«На стройку привезли 15 машин белого кирпича. Это на 7 машин меньше, чем красного. Сколько машин красного кирпича привезли на стройку?»*. В ней говорится о числе машин с белым и числе машин с красным кирпичом. Число машин с белым кирпичом (15) на 7 меньше числа машин с красным кирпичом. Искомым является число машин с красным кирпичом. **Известно меньшее** из чисел, **нужно найти большее**. Для этого необходимо к меньшему числу прибавить 7, получится большее число, т.е. $15 + 7 = 22$, причём 22 и есть искомое число.

В методической литературе, освещающей вопросы обучения решению текстовых задач арифметическими средствами, один из основных способов, с помощью которого можно «подвести учащихся к решению» [9, с. 181], называется «*разбором*» задачи, иначе — *рассуждениями «от данных к вопросу» или «от вопроса к данным»,* иначе — *«продвижением от конца к началу,* греческие геометры называли этот метод *анализом, и продвижением от начала к концу,* или *синтезом»* [90, с. 206].

Методика проведения такого «разбора» учителем при решении текстовых задач на уроке начала складываться ещё в XIX веке. Содержание соответствующих рассуждений подробно описал Е. Шпитальский [129]. Однако возможности разбора задачи для формирования умения решать задачи при его проведении учителем невелики, так как учащиеся фактически устраняются от активной деятельности. Внимание детей при таком разборе сосредоточено не на овладении умением самостоятельно отыскивать решение, а на быстрейшем получении ответа на вопрос задачи. Да и сам разбор задачи учителем имеет своей целью не обучение детей определённым умениям и знаниям, а быстрейшее получение учащимися правильного решения. Какие учебные цели (кроме разве что цели иметь образец решения задачи данного вида) при этом достигаются учащимися, и для чего нужно это скорейшее получение решения задачи чаще всего остаётся за рамками осознания не только учащихся, но и учителя.

Другое дело, если такие рассуждения будут проводить сами дети. О желательности обучения школьников умению самостоятельно осуществлять рассматриваемый поиск плана решения писал ещё Е. Шпитальский

[129]. При этом он придавал огромное значение обучению учащихся умению сопровождать эти рассуждения соответствующими графическими схемами. Этот способ, предупреждал Е. Шпитальский [129], вовсе не имеет намерения быть автоматическим способом решения задач. Он дает схему самого процесса мысли. Подобные мнения высказываются и в современных публикациях [5, 7, 40 и др.].

Итак, выделены **три приёма поиска плана решения текстовых задач:**

***1. По предметной или графической моделям.***

***2. С помощью вычленения словесного задания математических отношений и перевода их на язык выражений.***

***3. С помощью рассуждений «от вопроса к данным» и «от данных к вопросу».***

Уточним содержание каждого из названных приёмов и методику обучения им, осуществлённую в экспериментальных классах.

***Поиск плана решения задачи по её модели*** заключается в выделении элемента, моделирующего искомое, в определении последовательности операций с другими элементами модели или соответствующей последовательности арифметических действий над данными и неизвестными (если отыскивается арифметическое или алгебраическое решение) для получения искомого или для составления уравнения.

Чтобы можно было искать решение задачи по модели, эта модель должна быть построена. Построение выполняется на первом этапе решения задачи, поэтому и обучение ему включается в обучение учащихся выполнению первого этапа. Методика такого обучения описана в предыдущем параграфе.

Обучение поиску плана решения задачи по модели естественно продолжает обучение построению модели. Первое знакомство проводится, как уже говорилось, на первых уроках математики. Для построения демонстрационных предметных моделей удобны предметные картинки, предметы в натуральных виде; для построения моделей учащимися — наборы кружков из фанеры или картона диаметром 2 см и толщиной 2 – 4 мм, окрашенные с обеих сторон в разные цвета. Чтобы каждый набор можно было использовать в дальнейшем при расширении числового множества до 20, он должен содержать 20 кружков, 10 из которых окрашены, например, в синий цвет с одной стороны и в зелёный — с другой, а 10 — в красный и жёлтый. В экспериментальных классах такие наборы имелись к началу занятий у каждого учащегося.

В экспериментальных классах обучение поиску плана решения с помощью предметной модели велось вначале нерасчленённо с обучением применению предметных моделей для первичного анализа задачи и выполнения решения. В этот период в уроки включались задачи, основная обучающая функция которых — подготовить детей к ознакомлению с арифметическими действиями и с отношениями «больше», «меньше», «больше на …», «меньше на …» между числами. Реализовывалась эта функция через достижение учащимися учебной цели: *научиться решать задачи с помощью наборов предметов* (кружков, квадратов, палочек и т.п.) *и с помощью рисунков*.

**Первым действием** такого **решения** явилось *построение предметной модели задачи.* **Вторым действием** — *выделение на модели искомого, осуществление для этого, если необходимо, предметных действий над элементами модели* (например, составление пар элементов для установления взаимно-однозначного соответствия при решении задачи, искомое в которой — отношение «больше» или «меньше»). **Третьим действием** — *счёт элементов множества, изображающего искомое, если искомым является число элементов, формулировка вывода о виде отношения между группами предметов, если искомое — отношение «больше» или «меньше»; определение вида отношения и счёт элементов подмножества одного из сравниваемых множеств, если нужно определить количественную характеристику отношений «на … больше (меньше)».*

Второе действие и есть собственно поиск плана решения, на основе которого уже определяется, что нужно делать для отыскания искомого, т.е. составляется план решения (на данном этапе обучения — план решения задачи на модели).

Обучение решению задач только средствами предметной (или графической в виде рисунков) модели проводилось как в ходе коллективной работы (с обязательной постановкой перед детьми соответствующей учебной цели), так и при выполнении заданий на отработку у учащихся умения производить отдельные действия такого решения (при осознании учащимися целевого назначения заданий). Приведём **примеры** таких **упражнений**.

1. Учитель говорит: «Будем учиться изображать то, о чём идёт речь в задаче, с помощью различных предметов или кружков. Для этого я буду читать задачу, а вы покажите с помощью кружков, палочек то, что известно, то, о чём спрашивается. Далее учитель читает задачи:

а) В одной вазе было 7 роз, а в другой 5. Сколько роз в двух вазах?

б) В одной вазе было 7 роз, а в другой 5. В какой вазе цветов больше — в 1-ой или во 2-ой?

в) В одной вазе было 7 роз, а в другой 5. На сколько больше роз в одной вазе, чем в другой?

г) В одном ряду сидит 10 учеников, а в другом на 2 ученика больше. Сколько учеников сидит во втором ряду?

Изображая задачу а), ученики должны положить 7 кружков (фишек) одного цвета и 5 – другого, а затем их «объединить», т.е. подвинуть одну группу кружков к другой или просто обвести рукой, показав все «розы». Изображая задачу б), учащиеся должны составить пары из кружков разного цвета. Изображая задачу в), дети должны после составления пар отделить «лишние» кружки «большего» множества.

2. Первоклассникам дают задание: «Составьте задачу, наблюдая за тем, что я делаю.» (на фланелеграф учитель выставляет 5 «зайчиков» — предметных картинок, через некоторое время 3 «зайчика» убирает).

Совершенствование умения использовать модель для поиска решения в экспериментальных классах в дальнейшем проводилось при обучении учащихся соответствующему приёму проверки (§ 9).

По мере ознакомления учащихся с арифметическими действиями сложения и вычитания и с выражением отношений «больше (меньше) на …» между числами на языке этих действий, решение задач уже может быть выполнено арифметическими средствами. Поиск плана решения в этом случае завершается (для соответствующих задач) выбором арифметического действия или последовательности действий, которые нужно выполнить над данными в задаче или найденными в результате выполнения предыдущих действий числами.

Чтобы выявить, как и в каком виде начинать обучение детей поиску плана арифметического решения задачи с помощью предметных и условных предметных моделей, проведём следующие рассуждения.

Ознакомление со сложением и вычитанием по традиционной программе [96] и учебнику [60] заключается во введении для определённых ситуаций знаковых обозначений вида 2 + 1 или 2 – 1. Но такие обозначения не только констатируют заданную в условии характеристику этих ситуаций, но и выявляют новые их стороны.

Последнее утверждение означает, что сумма или разность чисел обязательно заключает в себе ответ на вопрос некоторой задачи. Ситуация, не содержащая вопроса или требования, не может быть описана с помощью этих выражений. Действительно, если описана не задачная ситуация, т.е. открытая для постановки (в принципе) любого вопроса, то отразить её в выражении нельзя, так как составление числового выражения означает привнесение в описание вопроса, ответ на который даёт данное выражение. Например, для ситуации: «На одной полке стояло 5 книг, а на другой – 6.» — можно составить выражения 5 + 6, 6 – 5, однако выражение 5 + 6 будет уже означать наличие (хотя и неявно) вопроса «Сколько книг на двух полках?», а выражение 6 – 5 — «На сколько больше книг на второй полке, чем на первой?». Данные выражения являются решениями вполне определённых задач, и выбор действия зависит от того, о чём спрашивается в задаче.

Введение сложения и вычитания есть поэтому и первое (неявное) знакомство учащихся с поиском арифметического решения задачи на её предметной модели, так как сами действия на первых порах выступают лишь как запись решения некоторой задачи, выполненного с помощью практических операций с предметами счёта (операции могут быть выполнены мысленно, по представлению).

На первом уроке по ознакомлению учащихся с действиями сложения и вычитания в экспериментальных классах во вступительной беседе учитель сказал:

— До сих пор вы учились решать задачи с помощью рисунков, кружков, палочек или же решали задачи устно. Сегодня я познакомлю вас с действиями над числами и научу записывать решения задач с помощью чисел.

Далее учитель предложил детям решить с помощью кружков такую задачу: «На полянке играли 3 лисёнка. Потом к ним прибежали ещё 5 лисят. Сколько лисят стало на полянке?»

Первоклассники положили на парты вначале 3 кружка, а затем ещё 5. Один из учащихся выполнил эти действия с предметными картинками на фланелеграфе. Дети объяснили, что для ответа на вопрос задачи они объединили 3 и 5 кружков, а затем сосчитали все кружки.

Затем учитель сказал:

— Вы уже умеете решать задачи с помощью предметов и рисунков. Но выполненное вами решение можно записать.

— Сколько было лисят вначале? (3). Запишите 3.

— Сколько лисят прибежало потом? (5).

— Запишите 5 справа от числа 3, пропустив одну клеточку.

— Какой вопрос был в задаче? (Сколько лисят стало на полянке?).

— Что вы сделали с «лисятами»–кружками, чтобы ответить на вопрос задачи? (Объединили 3 кружка и 5 и сосчитали.)

— То, что вы сделали, *можно (принято) обозначать* так: 3 + 5. Поставьте и у себя в тетрадях знак «+». Кто знает, как называют этот знак?

Далее учитель знакомит детей с тем, как принято читать такие записи. После чего дети записали и прочитали ещё несколько выражений (2 + 7; 3 + 4; 9 + 1), показали на предметах, что обозначают эти записи, нашли с помощью счёта предметов значение выражений и показали это в записях: 3 + 5 = 8; 2 + 7 = 9; 3 + 4 = 7; 9 + 1 = 10. Аналогично проводилось ознакомление с действием вычитания.

В завершение учащиеся проверяли, насколько хорошо они запомнили, какими записями может быть обозначено решение некоторых задач, как называются и как начинаются эти записи, что они обозначают. Для этого дети выполняли задание: решить задачу с помощью кружков, а затем записать его, используя карточки с цифрами, знаками сложения и вычитания, знаком = . Составлялось это задание «на глазах» у детей. Учитель вначале задал вопрос:

— Что же вы должны сделать, чтобы проверить, умеете ли вы обозначать решение задач с помощью чисел и действий сложения и вычитания?

Несколько учащихся внесли свои предложения. Так, Серёжа А. (1-б), сильный учащийся) предложил: «Нужно какую-нибудь задачу решить и записать решение», Наташа Л. (1-в, сильная ученица) сказала: «Нужно побольше задач решить и записать. Если всё правильно, то значит хорошо всё знаем». Некоторые учащиеся вместо контролирующего задания повторили то, что они узнали о записи решения: «Задачу можно решить сложением и вычитанием.» (Оксана Р., 1-в, слабая ученица), «Нужно написать девять плюс один.» (Женя Я., 1-б, слабый ученик).

Предложения учащихся были обобщены в такой формулировке:

— Чтобы проверить, умеем ли мы обозначать решение задачи с помощью чисел и действий сложения и вычитания, нужно решить какую-либо задачу (или задачи) и записать её решение с помощью чисел. Если всё будет правильно, то мы научились.

Этот момент в обучении был очень важным, так как выполнение детьми соответствующих контролирующих и оценочных действий означало осуществление ими целостного акта УД, способствовало осознанию учебного характера своей деятельности.

После выполнения проверочных заданий учитель попросил поднять руку вначале тех, кто считает, что уже хорошо умеет записывать решение задачи; потом тех, кто считает, что делает это ещё плохо; а затем тех, кто не уверен в себе, сомневается.

На нескольких следующих уроках продолжалось обучение поиску плана решения на предметных моделях и условных предметных (рисунках). Само решение иногда выполнялось без обозначения записью, иногда с обозначением предметного решения числовым выражением и равенством.

Рассмотрим ***поиск плана решения задачи по чертежу***. Для его осуществления чертёж должен быть построен. Операция построения может включаться как в первый этап решения (если чертёж строится для лучшего понимания задачи), так и во второй этап (если содержание задачи понятно и без чертежа). Поэтому обучение детей построению чертежа к задачам (§ 6) — важная часть обучения использованию чертежа как средства поиска плана решения. Остановимся на обучении детей поиску плана решения по готовому чертежу.

Как и обучение другим приёмам, это обучение строилось так, чтобы учащиеся осознали и приняли для себя учебную цель: *«Научиться по чертежу задачи составлять план её решения»*. Поэтому, не останавливаясь на подробном описании соответствующих фрагментов уроков, приведём лишь виды заданий по текстовым задачам, которые выступали как учебные действия, адекватные соответствующей учебой задаче. (К формулировке этих заданий, т.е. к выбору учебных действий привлекались учащиеся.)

1. Из каких отрезков состоит искомый отрезок? (Рис. 4) Сумме или разности данных чисел равна его длина?

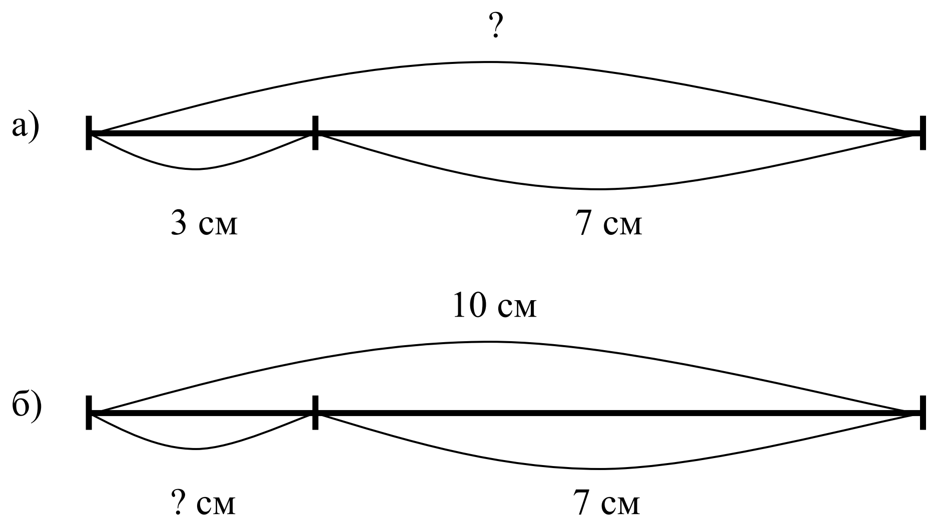



Рис. 4

2. Какой отрезок больше и на сколько? (Рис. 5) Какие обозначения нужно ввести, чтобы было понятно, что это чертёж некоторой текстовой задачи? Введите необходимые обозначения. Составьте план решения этой задачи. (Последовательность операций обосновывается взаимным расположением отрезков, сравнением длин и смыслом обозначений.) Придумайте текст соответствующей задачи. Составьте другую задачу к этому же чертежу.

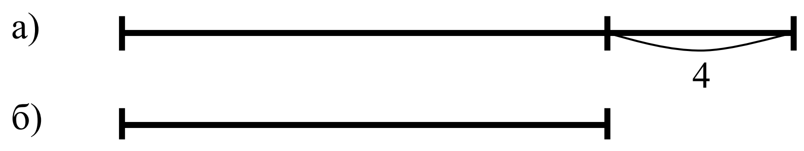



Рис. 5

3. По данным чертежам (рис. 6) составьте выражения, значения которых соответствуют знаку «?» на чертеже.

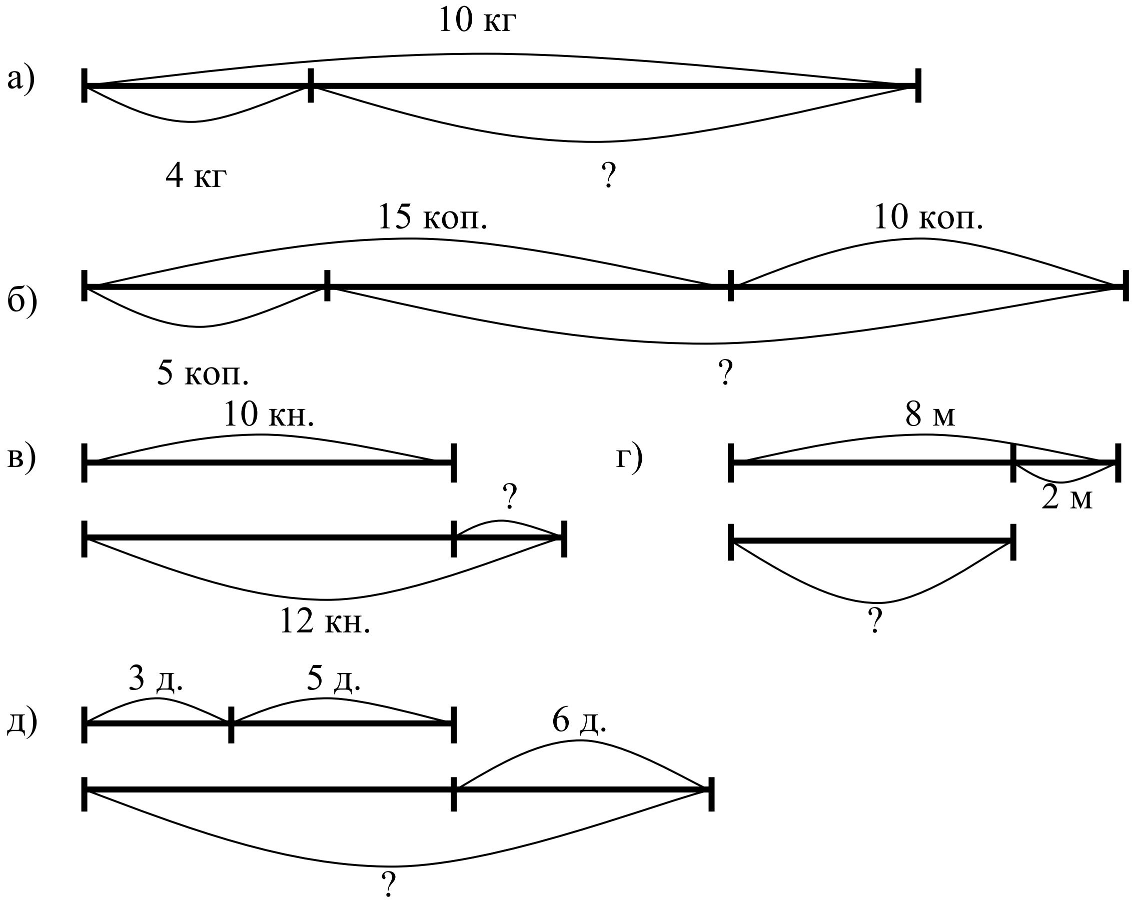



Рис. 6

4. Составьте планы решения задач, используя для поиска плана чертежи. (Тексты задач даны в учебнике, на карточках, или написаны на доске.)

5. По чертежу задачи (на доске или на индивидуальных карточках даётся текст задачи и чертёж к ней) составлен следующий план решения (план записан на доске или зачитывается учителем). Верно ли он составлен?

Надо отметить, что учащимся экспериментальных классов очень нравилось составлять (с помощью учителя) и выполнять такие задания. План решения задачи по чертежу большая часть детей составляла безошибочно. Труднее было с построением чертежа по задаче, так как эта операция требует переосмысления содержания задачи, наличия определённого уровня пространственных представлений.

Следующий приём поиска плана решения — ***рассуждения «от вопроса к данным» и «от данных к вопросу»***. В методической литературе его часто называют ***«разбором задачи»***, который может проводиться от вопроса задачи к ее данным или от данных к вопросу. (Поскольку второе название короче первого, то, наряду с первым, мы будем использовать и второе.) Содержание этого приема достаточно известно [7, 9, 61, 63, 65, 90, 129 и др.]. В нашей стране с 30-х годов до начала 70-х данный прием (под названием — аналитический и синтетический способы разбора задачи) и соответствующие графические схемы широко использовались на уроках математики. Решение задач на уроке под руководством учителя обычно сопровождалось данным видом рассуждений и построением графических схем. При этом рассуждения вел учитель. Он же чаще всего строил на доске графическую схему рассуждений.

В начале 70-х годов школы перешли на новые программы и учебники, в которых была сделана попытка отойти от господствовавшей до этого методики обучения решению задач. Не вдаваясь в суть изменений, отметим лишь, что с этого времени со страниц методических пособий и с классных досок исчезли графические схемы разбора задач. Таким образом наша система обучения решению задач перешла от одной крайности к другой: от решения любой задачи с помощью «анализа» или «синтеза» и графической схемы разбора задачи к полному запрету их использования.

Мы считаем, что учащихся нужно учить проводить рассуждения «от данных к вопросу», от «вопроса к данным», учить сопровождать свои рассуждения построением графических схем. Однако учитель должен показать детям, что это лишь одна из возможных форм поиска плана решения задачи и ученик может пользоваться ею тогда, когда это помогает ему решить задачу.

Покажем на примере одной задачи образцы соответствующих рассуждений и графических схем.

Задача. *В мешке было 45 кг картофеля. В первый день израсходовали 8 кг картофеля, а во второй день 10 кг. Сколько килограммов картофеля осталось в мешке?*

Рассуждения от данных к вопросу.

— *В задаче три числовых данных*. Из них можно составить несколько пар, задать вопросы и ответить на них.

— *Возьмем данные* 45 кг и 8 кг. *Зная, что* было 45 кг картофеля *и что* в первый день израсходовали 8 кг, *что можно найти*? Обозначим данные на схеме. (Схема составляется по ходу рассуждения. Здесь мы ниже представим ее целиком.)

— *Можно найти, сколько* килограммов картофеля осталось в мешке после первого дня расходования. *Для этого достаточно* из массы всего картофеля вычесть массу расходованного картофеля Обозначим это на схеме.. *Сравним с вопросом задачи*: это ли спрашивается в задаче?

— *Нет*, в задаче спрашивается, сколько килограммов картофеля осталось после двух дней расходования. Поэтому продолжим рассуждения.

— *Зная сколько* килограммов картофеля осталось в мешке после первого дня расходования, и *сколько* килограммов расходовали во второй день ( 10 кг), *что можно узнать*? Обозначим это на схеме.

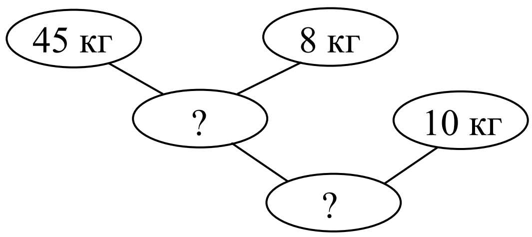
— *Можно найти*, *сколько* килограммов картофеля осталось в мешке после второго дня расходования. *Для этого достаточно* из массы картофеля, оставшегося после первого дня, вычесть массу картофеля, израсходованного во второй день. Обозначим это на схеме.

— *Это ли спрашивается* в задаче?

— *Да.*

— Следовательно, *план арифметического решения* может быть следующим : *первым действием* узнаем, сколько килограммов картофеля останется в мешке после первого дня расходования, для этого из 45 кг вычтем 8 кг; *вторым действием* узнаем,сколько килограммов картофеля осталось в мешке после второго дня расходования, для этого из результата первого действия нужно вычесть 10 кг .

Полная *графическая схема поиска плана* будет выглядеть так:




Составление плана арифметического решения путем рассуждений от вопроса к данным и соответствующая графическая схема показаны ниже.

— *В задаче спрашивается,* сколько килограммов картофеля осталось в мешке (после двух дней расходования). Обозначим это на схеме.

— *Что достаточно знать, чтобы узнать, сколько* килограммов картофеля осталось в мешке (после двух дней расходования)?

— Для этого *достаточно знать, сколько* осталось картофеля в мешке после первого дня расходования и *сколько* расходовали во второй день.

— *Что* из *необходимого известно,* а *что неизвестно?*

— *Известно, сколько* килограммов картофеля израсходовали во второй день (10 кг), а *неизвестно, сколько* картофеля осталось в мешке после первого дня расходования. Обозначим это на схеме.

— *Что достаточно знать*, *чтобы узнать, сколько* килограммов картофеля осталось после первого дня расходования?

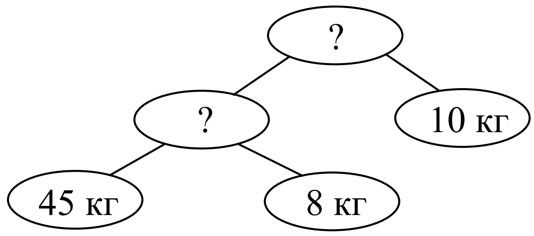
— *Для этого достаточно знать, сколько* было картофеля в мешке и *сколько* картофеля израсходовали в первый день? Обозначим это на схеме.

— *Что из этого известно*, а *что неизвестно*?

— *Известно все, что нужно*, а именно: *сколько* было картофеля в мешке ( 45 кг) и *сколько* картофеля израсходовали в первый день (8 кг). Внесем эти данные в схему.

— *Зная*, сколько ...

Дальнейшие рассуждения полностью повторяют рассуждения от данных к вопросу, которые приведены нами на предыдущей странице. Только проводятся они уже по готовой схеме.




Специальное обучение данному приему, как и другим, состоит из нескольких этапов: неявного ознакомления с ним в процессе решения задачи под руководством учителя, осознания и принятия учащимися данного приема как предмета изучения и усвоения, освоения данного приема с помощью выполнения специальных заданий и тренировки в использовании рассуждений от данных к вопросу и от вопроса к данным при решении задач разных видов и разного уровня сложности.

В экспериментальном обучении поиск плана решения с помощью разбора задачи и построения графических схем стал предметом специального изучения и овладения учащимися во второй половине третьей четверти. В соответствии с принятым подходом до этого дети накапливали опыт применения рассматриваемого приёма под руководством учителя. На уроках специального обучения применению рассуждений «от вопроса к данным» и «от данных к вопросу», так же, как и при обучении другим компонентам умения решать задачи, деятельность учащихся организовывалась как учебная.

В дальнейшем, на протяжении всего учебного года учитель достаточно часто предлагал учащимся осуществить поиск плана решения этим способом. На нескольких уроках эта работа носила игровой характер: один из учащихся был «учителем», который «направлял» поиск плана решения задачи остальными учащимися. Правда, в опытном обучении такой работе мы отводили мало времени (5 уроков). Причиной было то, что для большинства первоклассников самостоятельные рассуждения «от вопроса к данным» и «от данных к вопросу» трудны. Поэтому мы пришли к выводу, что целенаправленное и систематическое обучение им лучше проводить во 2-ом и 3-ем классах, сохранив, может быть, в первом классе лишь несколько ознакомительных уроков и привлекая затем учащихся к проведению соответствующих рассуждений.

Следующий приём — ***поиск плана решения задачи с помощью прямого вычленения словесного задания математических отношений***.

Выделение этого приёма обусловлено тем, что, как отмечает В.И. Крупич [50, с. 13 – 14]: «В каждой текстовой задаче всегда описывается одна или несколько ситуаций (событий, случаев, фактов)», а каждая ситуация «описывается некоторыми отношениями, т.к. текстом задачи всегда определено (задано) конкретное отношение между данным и искомым».

Поиск плана арифметического решения указанным способом особенно эффективен после переформулировки текста с отражением его в схематической записи или в таблице. Применение прямого вычленения отношений значительно упрощает поиск плана решения задач, содержащих отношения «больше (меньше) на …», «больше (меньше) в … раз», а также задач с пропорциональными величинами.

Пусть, например, нужно решить задачу [64, с. 100]: *«Поезд прошёл расстояние между городами за 3 ч со скоростью 50 км/ч. Сколько часов потребуется велосипедисту, чтобы проехать половину этого расстояния со скоростью 15 км/ч?»*

Текст после переформулировки таков: *«Скорость поезда — 50 км/ч, время движения 3 ч, пройденный путь неизвестен. Скорость велосипедиста — 15 км/ч, время движения требуется узнать, путь равен половине пути, пройденного поездом.»* (Этот текст может быть оформлен в виде таблицы). Основное (тернарное) отношение в этой задаче — отношение между скоростью, временем и длиной пути, выражающееся одним из следующих равенств: $v \cdot t = s$, $s : v = t$, $s : t = v$.

Для определения первого пункта плана решения достаточно найти два известных компонента отношения, по которым можно отыскать третий. В рассматриваемой задаче это данные о скорости и времени движения поезда. По ним первым шагом при выполнении решения можно найти длину пути, пройденного поездом (50 · 3).

Выделяем второе отношение, связывающее длины путей, пройденные поездом и велосипедистом: длина пути велосипедиста равна половине длины пути поезда. В этом отношении известна (будет известна после выполнения первого шага) длина пути, пройденного поездом, и отношение («оператор» отношения — «половина»). Отсюда вытекает, что второе действие — деление найденного в первом действии значения длины пути на 2. Теперь можно вычленить отношение, связывающее скорость, время и длину пути велосипедиста. Неизвестный его компонент — время. Время может быть найдено делением длины пути велосипедиста на скорость, т.е. делением результата второго действия на 15.

В первом классе возможно обучение этому приёму поиска на задачах, содержащих отношения *«больше (меньше) на …»* . (Образец соответствующих рассуждений показан выше). Во втором и третьем классах — на задачах с пропорциональными величинами.

Рассуждения первоклассников при поиске плана решения простой задачи указанным способом таковы: «Это задача со словами «больше на». В задаче **известно** *меньшее* число, **найти** нужно *большее*. **Большее число находится сложением:** *надо к меньшему числу прибавить число …»* — ученик называет число, показывающее, на сколько искомое больше данного.

Обучение рассматриваемому приёму так же, как и другим, в экспериментальных классах велось с ориентацией на формирование УД, т.е. вначале обеспечивалось накопление учащимися опыта проведения поиска плана под руководством учителя, затем этот приём становился предметом осознания и специального усвоения учащимися. После тренировки в его использовании дети осуществляли самоконтроль и самооценку (на первых порах под руководством учителя).

Для того, чтобы указанный приём был усвоен учащимися, необходима и специальная работа по формированию понятий об указанных отношениях и умения переводить предметное и словесное задания этих отношений на язык равенств и арифметических действий. С этой целью в уроки включаются такие упражнения:

*1. Известно, что 7 больше 5 на 2. Изобрази это с помощью фишек (кружков, предметных картинок, палочек). Запиши в виде равенства, используя действия сложения (вычитания). Запиши в виде равенства, в правой части которого будет большее (меньшее) число; число, показывающее, на сколько одно из чисел больше или меньше другого.*

*2. Прочитайте следующие равенства: $9 - 6 = 3$ , $3 + 6 = 9$ , используя слова «больше на», «меньше на». Проиллюстрируйте возможный смысл этих равенств на предметах.*

*3. Известно, что 8 больше неизвестного числа на 3. Как записать это предложение в виде равенства, в левой части которого сумма (разность), а в правой — неизвестное число (до вычисления его можно обозначить «окошком»).*

Следует особо остановиться на обучении учащихся применению рассмотренных приёмов поиска при решении задач с помощью уравнения. Результатом поиска плана в этом случае должно быть указание на последовательность составления выражений и использования отношений для составления уравнения. Но так как эти указания целесообразно сразу же и выполнить, то поиск плана решения задачи с помощью уравнения сочетается с составлением уравнения.

Важно подчеркнуть различия в назначении поиска плана при арифметическом решении и при решении задачи с помощью уравнения.

При поиске плана арифметического решения цель решающего — найти последовательность действий над данными в задаче числами и результатами предыдущих действий, в итоге выполнения которой будет получено искомое число. Деятельность решающего при поиске арифметического решения с самого начала направляется вопросом: «Как найти число, о котором спрашивается в задаче?».

При поиске же плана алгебраического решения цель решающего заключается в поиске шагов по записи текста, полученного после введения в задачу переменной, в виде уравнения. Поэтому, если первый этап решения (восприятие задачи и первичный анализ) при арифметическом и алгебраическом решениях в принципе одинаков, то последующие этапы (кроме проверки) существенно различаются прежде всего своим целевым назначением. Очень важно, чтобы это различие понимали дети.

**Поиск плана алгебраического решения** состоит из следующих шагов:

*а) введения переменной в текст задачи;*

*б) последовательного перевода полученного текста на язык выражений;*

*в) поиск двух различных математических выражений для одного и того же значения некоторой величины (для равных значений величины) или поиск отношения, которое может быть записано в виде равенства некоторых выражений.*

При составлении плана алгебраического решения деятельность решающего должна направляться не целью «Найти ответ на вопрос задачи», а целью *«Записать текст задачи с введённой в него переменной** *в виде уравнения»*.

* В данной работе мы рассматриваем составление уравнения лишь с одной переменной, так как в начальной школе составление систем уравнений с двумя переменными при решении задач вряд ли доступно и целесообразно.

Обучение поиску алгебраического решения поэтому заключается прежде всего в явном ознакомлении учащихся с особенностями такого поиска, с особенностями перевода словесно заданных отношений на язык математических равенств.

Подготовке к применению уравнений для решения задач служит формирование понятий о буквенных выражениях, об уравнениях, обучение решению уравнений, обучение записи словесно заданных отношений и зависимостей на языке равенств. Период подготовки должен быть достаточно длителен, и потому обучение учащихся начальных классов алгебраическому способу решения текстовых задач можно начинать в середине первого класса или во втором классе. Успешным это обучение будет при выделении всех шагов такого решения и приёмов их выполнения для осознанного овладения ими в ходе деятельности, направляемой соответствующей учебной целью.

Важную роль играют уроки знакомства с алгебраическим способом решения задач, где обязательно должно проводиться его сравнение с арифметическим. Не менее важное значение имеют и обобщающие уроки, на которых систематизируются все знания и умения учащихся, относящиеся к процессам арифметического и алгебраического решений.

Подведём **итог**.

***Поиск плана решения*** *— это процедура составления плана решения на основе понимания содержания задачи. Приём поиска плана решения определяется способом первичного анализа задачи.*

*Со всеми основными приёмами поиска плана арифметического решения текстовых задач можно познакомить учащихся в первом классе. Однако обучение поиску с помощью лишь словесных рассуждений «от вопроса к данным» и «от данных к вопросу» достаточно провести в ознакомительном плане. Наибольшее внимание в обучении первоклассников должно уделяться формированию у учащихся умения осуществлять поиск плана решения на предметных и графических (геометрических) моделях.*

*В связи со значимостью отношений «больше (меньше) на …» в курсе математики первого класса целесообразно обучить детей умению проводить поиск решения путём вычленения словесного задания отношения и выбора на этой основе необходимых арифметических действий. В последующих классах такое обучение продолжается.*

*Овладение целесообразными приёмами поиска плана решения будет эффективным, если каждый из этих приёмов станет предметом специального и осознанного усвоения учащимися через деятельность, организуемую учителем и направляемую принятой детьми соответствующей учебной целью, т.е. через организацию УД.*

## § 8. Способы и формы выполнения решения задач, обучение им учащихся

Третий этап решения задачи — выполнение решения, т.е. реализация плана, намеченного в результате выполнения первых двух этапов. Осуществление третьего этапа можно охарактеризовать через способ решения и форму его выполнения. Но для этого нужно уточнить содержание понятий *«способ решения задачи»* и *«форма выполнения решения задачи»*.

Прежде всего заметим следующее. На первый взгляд может показаться, что для характеристики третьего этапа решения задачи достаточно было бы использования понятий «способы выполнения решения» или «приёмы выполнения плана решения». Однако мы умышленно взяли более широкое понятие способа решения задачи. Причиной послужило то, что **в принятом понимании этапов способ выполнения решения задачи будет означать способ выполнения плана решения*, составленного после первых двух этапов**. Поэтому различия в способах выполнения решения есть различия в «технике» выполнения операций (что более характеризует сами эти операции, чем процесс решения задачи) и различия в форме выполнения решения. Обучение различным формам выполнения решения задачи будет рассмотрено нами позже.

Известно, что в обучении решению задач и использовании текстовых задач для других целей большое значение имеет ознакомление школьников с различными способами решения, формирование умения выбирать способы, адекватные целям учения. *Различия в способах решения одной и той же задачи понимаются нами как различия в способах выполнения решения, обусловленные различиями в планах решения, а, следовательно, и различиями в способах выполнения первых двух этапов.* Рассмотрение же понятия способа решения в данном параграфе обусловлено тем, что различия в планах решения наиболее ярко проявляются именно на этапе выполнения решения.

Понятие способа решения задачи используется в различных разделах науки и, в частности, в психологии, кибернетике, математике, методике преподавания математики. Однако общепринятого единого определения этого понятия нет.

Г.А. Балл [5, с. 66] определяет способ решения задачи как систему операций, выполнение которой «обеспечивает (или может обеспечить)

---

* Под планом решения понимается перечень операций с данными задачи или их предметными, графическими моделями с указанием последовательности, в которой нужно выполнить эти операции для получения ответа на вопрос задачи.

решение задачи». Если эта система операций находится в распоряжении решающего, то она относится к числу средств решения задачи. (Там же.) Н.Г. Алексеев [2] рассматривает понятие способа решения как связь различающихся своими функциями групп средств. Г.П. Щедровицкий [130, с. 91] включает в состав способа решения «представления а) о продукте, б) исходном материале, в) средствах и г) продуктах мыслительной деятельности». М.Л. Смульсон [112, с. 18-19], указывая на близость понятий «способ решения» и «стратегия решения», характеризует последнее как «систему правил по: 1. Преобразованию (в широком смысле) объектов, данных в условии задачи; 2. Преобразованию объектов, привлекаемых в качестве средств решения задачи; 3. Установлению приоритета возможных преобразований».

Названные авторы при описании способа решения применяют различный терминологический аппарат и характеризуют в некоторой степени разные стороны анализируемого понятия. Общим является использование ими понятия ***средства решения***.

В методической литературе до 1982 г. определения понятия *способ решения* мы не нашли. В 1982 г. в статье [123] мы дали собственное рабочее определение признаков, при наличии которых два пути решения (два решения) можно назвать *разными способами решения*. Термины *способ (способы) решения, различные способы решения* обычно употребляются на интуитивном уровне при рассмотрении нескольких отличающихся друг от друга решений одной и той же задачи.

Не ставя целью определить понятие способа решения, проведём уточнение его смысла применительно к обучению решению текстовых задач.

Анализируя имеющиеся в методической литературе описания различных способов решения конкретных текстовых задач, приходим к выводу, что **понятие *способа решения текстовой задачи* имеет многоуровневый характер**. Можно выделить три таких уровня.

На первом уровне **различия в способах решения задач обусловлены различием разделов знаний, составляющих теоретический базис решения и выступающих в роли средств решения.***

В методике обучения математике на этом уровне различают прежде всего *арифметический способ решения текстовой задачи* и *алгебраический*. Теоретическим базисом и средством решения задач *арифметическим способом** является теория чисел. Для *алгебраического способа** та-

* В наших последующих работах *способы решения* этого уровня различий мы стали называть «***методы решения задач***».

ким базисом и средством решения является прежде всего теория уравнений.

Различия в используемых средствах решения задач этими способами вызывают различия в содержании, назначении и способах осуществления этапов решения, в первую очередь этапов поиска (§ 7) и выполнения решения.

Необходимо выделение на рассматриваемом уровне ещё двух способов (методов) решения: *на предметной модели (средствами этой модели)* и *на графической (или геометрической) моделях (средствами этих моделей)*.

Строго говоря, решение текстовой задачи на предметной модели не является математическим. Однако реализация, например, такой функции текстовых задач, как подготовка учащихся к ознакомлению с арифметическими действиями, возможна лишь при овладении учащимися решением соответствующих задач на предметных моделях. Теоретическим базисом решения задач этим способом можно считать элементы теории множеств и элементы теории величин, используемые здесь неявно.

Под **графическим*** будем понимать такой ***способ****, при котором поиск решения и само решение задачи выполнено с помощью построения геометрических объектов и измерения соответствующих величин*. Выполнение арифметических действий над числами носит здесь вспомогательный характер.

В традиционных учебниках графическое (геометрическое) решение рекомендовано лишь для задач чисто геометрического характера, например [60, с. 130]: «Начерти два отрезка: один длиной 12 см, другой на 2 см длиннее, чем первый. Чему равна длина второго отрезка?» Однако необходимость (§ 6) и чрезвычайная полезность обучения младших школьников этому способу несомненна, что подтверждается результатами исследований М.Э. Боцмановой [17] и Л.Ш. Левенберга [52].

На втором уровне **различие способов решения задачи проводится в рамках одного способа первого уровня** (в рамках одного метода)**.** Так, можно говорить о различных арифметических способах решения, о различных алгебраических способах решения и т.п.

---

* В последующем мы назвали этот способ *геометрическим методом решения задачи*, считая, что это название более отражает содержание данного способа. Название «*графический метод*» мы оставим только для решений с помощью построения ***графиков***, как это и принято в методической литературе. Слово «графический» может быть понято также как образованное от слова «графо» (лат.) — пишу, и от слова «граф», являющегося обозначением математического понятия. Решение задач с помощью графов (например, комбинаторных) тоже можно было бы назвать «графическим», но лучше оставить название «*решение задач с помощью графов*».

Для выяснения признаков, по которым можно отличить на рассматриваемом уровне один способ решения от другого, проанализируем и сравним два, представленных в записи, арифметических решения такой задачи [62, с. 111]: *Для урока труда купили 4 катушки белых ниток по 10 коп. за катушку и 6 катушек чёрных ниток по той же цене. Сколько денег уплатили за эти нитки?*

I способ. 1. $6 + 4 = 10$ (катушек)

2. $10 \cdot 10 = 100$ (коп.)

100 коп. = 1 руб.

Ответ: за нитки уплатили 1 руб.

II способ. 1. $10 \cdot 4 = 40$ (коп.)

2. $10 \cdot 6 = 60$ (коп.)

3. $40 + 60 = 100$ (коп.)

100 коп. = 1 руб.

Ответ: за нитки уплатили 1 руб.

Первое бросающееся в глаза различие этих способов — *в различии операций*, выполнение которых приводит к получению ответа на вопрос задачи. Но это различие есть следствие выделения *различных характеристик описываемой в задаче ситуации, которые задают различные отношения между числами.*

Так, выделение первым отношения равенства цен предметов двух совокупностей (слов «по такой же цене») приводит к выполнению первым действия сложения, а вторым — умножения.

При решении задачи вторым способом решающим вначале выделено отношение: стоимость всех катушек есть сумма стоимостей катушек каждого цвета. Для определения стоимости катушек каждого цвета дважды используется зависимость: стоимость равна произведению цены на количество предметов. Отношение равенства между ценами катушек разного цвета не устанавливается и при решении не используется.

Итак, различия приведённых способов решения — это различия в выборе отношений и связей между данными, данными и неизвестными, данными и искомым, в условиях использования этих отношений. Проведённые рассуждения позволяют дать такое определение.

**Задачу будем считать решённой различными способами,** *если* ***её решения отличаются отношениями (связями) между данными, данными и неизвестными, данными и искомым, положенными в основу решений или (и) условиями использования этих отношений, что проявляется через различие в содержании и последовательности операций, выполнение которых приводит к получению ответа на вопрос задачи (к выполнению её требования).***

В рамках одного и того же способа (второго уровня) решения одной и той же задачи могут иметь различия, которые будем считать различиями в способе решения на третьем уровне. Эти различия уже не меняют последовательность операций, однако могут менять способы осуществления самих операций и форму выполнения решения. Так как различия в способах осуществления операций собственно процесс решения текстовой задачи характеризуют мало, то мы рассмотрим лишь различия в *форме выполнения решения*.

**Формы выполнения решения** различаются **по способам фиксации решения:** *устное решение, письменное решение*.

Разработаны несколько *форм записи арифметического решения:*[*]

— по действиям с пояснениями и без них;

— по действиям с планом (с вопросами);

— в виде равенства, левая часть которого есть выражение, составленное по условию задачи, а правая — числовое значение искомой величины.

Подробно указанные формы записи описаны в пособии [9, с. 182 – 185].

Для *алгебраического решения* возможны *две нормативные формы* письменного решения:

— запись шагов по составлению уравнения, самого уравнения, его решения;

— запись только уравнения и его решения.

Итак, смысл термина *способ решения задачи* зависит от того, понятие какого уровня он обозначает. Учащихся же можно знакомить с употреблением этого термина только для обозначения понятий одного уровня. Для третьего уровня таким термином может быть: *форма выполнения решения*. Различные способы решения первого уровня также имеют свои названия: *арифметическое решение, решение с помощью выполнения действий над числами; решение с помощью уравнения; решение с помощью различных предметов или схематических рисунков; геометрическое решение; логическое решение, и т.п.* В связи со сказанным термин *способ решения* целесообразно использовать лишь для различных способов решения второго уровня. Очень важно, чтобы учителем и учащимися термины *«способ решения»*, *«разные способы»* применялись на уроке только в этом смысле.

В практике же наблюдается употребление термина «способ решения задачи» как для характеристики формы записи, так и для обозначения способа решения второго уровня. На уроках необходимость в выяснении

---

[*] Речь идёт о нормативных формах записи.

формы записи возникает часто, поэтому у учащихся может закрепиться применение термина «способ решения» в смысле «форма записи». Это снижает обучающие и развивающие возможности такого важного вида работы, как решение задачи разными способами. Знание учителем проведённого выше уточнения позволяет повысить эффективность соответствующей работы.

Последовательность ознакомления с различными способами решения первого уровня (с методами решения) в соответствии с содержанием программы по математике и необходимостью использования текстовых задач для формирования математических знаний на разных этапах их изучения может быть следующей:

1. Решение на предметных и условно-предметных моделях;
2. Решение с помощью арифметических действий;
3. Графическое (геометрическое) решение;
4. Решение с помощью уравнений.*

**Первоначально арифметические действия** над числами **выступают** (должны выступать) не средством отыскания ответа на вопрос задачи, а лишь **средством обозначения в записи** тех **действий над элементами предметной модели, с помощью которых находится ответ на вопрос задачи.** На этом этапе обучения задача учителя — познакомить детей с основными видами действий над предметами (и их изображениями), которые могут быть записаны с помощью чисел и знаков «+», «–». Ответ на вопрос задачи при этом находится в результате действий с предметами и счёта (в том числе и действий измерения). Но после овладения учащимися вычислительными приёмами, основанными на свойствах действий, на свойствах натурального ряда чисел, роль моделей меняется. Они служат уже не средством получения ответа на вопрос задачи, а лишь средством поиска его. Выполнение решения на модели, как более освоенное к этому времени, может теперь применяться в качестве средства проверки.

**Учебные цели**, **которые последовательно ставятся перед учащимися**, следующие:

*научиться решать задачи с помощью предметов (палочек, кружков (фишек) и т.п.), и рисунков;*

*научиться записывать решение задачи, используя действия над числами;*

---

* В дальнейшем мы включили в этот перечень логический, практический, табличный методы, решение с помощью графов, смешанные методы (с помощью разных средств).

*научиться решать задачи, выполняя действия сложения и вычитания;*

*научиться записывать решение задачи по действиям с пояснениями, в виде одного выражения, по действиям с вопросами; и т.д.*[*]

Как и в других случаях, постановка этих учебных целей и обеспечение принятия их учащимися проводится после накопления детьми некоторого опыта в решении задач соответствующими средствами под непосредственным руководством учителя.

Ознакомление с понятием способа решения, для которого только и будем в обучении учащихся начальной школы употреблять термин *«способ решения»*, целесообразно провести при ознакомлении с приёмами поиска плана и выполнения решения задачи по чертежу. Это можно сделать на примере задачи, на которой дети учились применению чертежа для выполнения второго этапа (§ 7).

По чертежу этой задачи (рис. 3) видно, что искомый отрезок можно рассматривать как отрезок, являющийся разностью самого большого отрезка, изображающего весь кусок проволоки, и отрезка, изображающего израсходованную часть проволоки. Но этот же отрезок можно считать полученным как разность отрезка, изображающего кусок проволоки в 3 м и отрезка — «разности» отрезков, изображающих куски проволоки в 8 м и в 7 м. После достижения учащимися главной учебной цели: выявить последовательность действий по построению чертежа и научиться их выполнять — детям предлагается найти по чертежу ответ на вопрос задачи, показывая соответствующие отрезки. Здесь учитель и обращает внимание детей на то, что искомый отрезок можно рассматривать как часть двух отрезков, а отсюда получаются два разных способа решения.

При обучении учащихся другим приёмам первичного анализа (приёмам осмысления задачи) и приёмам поиска плана решения нужно всегда, когда позволяет задача, показывать разные способы решения или обеспечивать нахождение этих способов самими учащимися.

Цель *научиться находить различные способы решения* ставится перед учащимися как дополнительная в этой деятельности. Основная же цель может относится к овладению определённым приёмом выполнения других этапов решения, к установлению свойств арифметических действий и др. Главное при обучении учащихся умению находить различные способы решения одной и той же задачи — не оставлять без внимания ни один из возможных способов решения каждой задачи, включаемой в

---

[*] Ещё более важно научить детей выбирать форму записи и записывать решение задачи адекватно назначению решения (см., например, Царёва С.Е. Обучение решению задач//Начальная школа, 1997, № 11 и 1998, № 1).

урок математики, при решении любой задачи всегда ставить вопрос: «А нельзя ли решать (решить) задачу иначе?».

Особое значение нахождение различных способов решения имеет для сильных учащихся. Одно решение для большинства задач школьного учебника они находят после первого чтения задачи. Пока учитель помогает более слабым учащимся понять задачу и найти решение, они могли бы с большой пользой для себя искать другие способы и методы решения.

Важным моментом обучения детей решению задач различными способами являются обобщающие уроки. Их можно проводить в первом классе в конце года, во втором и в третьем классах — два–три раза в год. К обобщающему уроку подыскивают две–три задачи, допускающие достаточно много способов решения разного уровня (методов, способов и форм решения). Перед учащимися ставится **цель:** *обобщить свои знания и умения по решению задач различными средствами (на модели, арифметически, с помощью уравнения и др.) и различными способами*.

Под руководством учителя дети выясняют, что для достижения этой цели нужно провести решение одной–двух задач всеми возможными средствами (способами первого уровня), выявить особенности процесса решения одной и той же задачи разными средствами. Затем при использовании одних и тех же средств (например, арифметических действий) найти различные способы решения (второй уровень), выяснить, чем отличаются эти способы, что позволило обнаружить каждый из них. В завершение работы анализируются и сопоставляются все решения, определяются их особенности, достоинства и недостатки каждого.*

Обучение различным формам выполнения решения задачи происходит через показ учителем образцов и выполнения тренировочных упражнений. Следует подчеркнуть целесообразность последовательного ознакомления учащихся со всеми формами записи арифметического решения. Так как методика обучения различным формам записи решения

---

* В дальнейшем мы исследовали деятельность по отысканию других способов решения — искали ответ на вопрос: «Что может помочь решающему найти иной, чем найденный, способ решения?» В результате были выделены ряд приёмов, помогающих находить другие способы решения. Эти приёмы описаны нами в статье: С.Е. Царёва. Разные способы решения задач.//Начальная школа, 1990, № 10. (Авторское название статьи «Приёмы, помогающие находить разные способы решения задач». было изменено редакцией журнала.)

достаточно хорошо разработана*, не будем останавливаться на её характеристике.

В экспериментальном обучении подход к ознакомлению с различными формами записи решения отличался от традиционного, отражённого в действующих учебниках, несколькими моментами: при обучении решению составных задач предпочтение отдавалось записи решения по действиям с пояснениями, хотя велось и специальное обучение записи решения в виде выражения; на нескольких уроках овладение определённой формой записи было целью деятельности учащихся; в конце третьей четверти проведён обобщающий урок по теме: «Формы записи решения задачи».

Следует заметить, что каждая форма записи и каждый новый способ решения позволяют взглянуть на задачу по-иному, яснее осознать процесс решения, глубже понять связи между данными, данными и искомым. А это позволяет полнее реализовать как дидактические, так и воспитывающие и развивающие функции текстовых задач в начальном обучении математике.

Подведём **итог.**

*Для характеристики способов осуществления третьего этапа важное значение имеет понятие* ***способ решения задачи.*** *Применительно к текстовым задачам оно может рассматриваться, по крайней мере, на* ***трёх уровнях****. Каждый из уровней определяется признаками различий в способах решения.*

*На* ***первом уровне*** *различия в способах решения вызваны* ***различиями в теоретическом базисе решения****. На этом уровне можно выделить* ***4 основные способа (метода) решения*** *текстовых задач, которым, на наш взгляд, необходимо учить учащихся начальных классов:* ***арифметический*** *— путём выбора и выполнения арифметических действий над числами;* ***алгебраический*** *— с помощью составления и решения уравнения;* ***практический*** *— средствами предметной модели;* ***геометрический*** *— построением геометрических фигур и измерением соответствующих величин.*

---

* В настоящее время наша позиция по этому вопросу изменилась. Теперь мы включаем обучение различным нормативным формам записи в контекст обеспечения понимания детьми соотношения формы и содержания, понимания различных функций записей вообще и записей решения задач, в частности. (См. Царёва С.Е. Математика и конструирование. — Новосибирск, 1994; Царёва С.Е. Обучение решению задач//Начальная школа, 1997, № 11 и 1998, № 1.)

*Различия в способах решения задач* ***второго уровня*** *рассматриваются в рамках одного способа первого уровня. На этом уровне* ***задача считается решённой различными способами, если её решения отличаются отношениями (связями) между данными, данными и неизвестными, данным и искомым, положенными в основу решений или (и) условиями использования этих отношений****. Проявляются такие различия в содержании, характере и последовательности операций, выполнение которых приводит к получению ответа на вопрос задачи (выполнению её требования).*

*В пределах одного и того же способа решения задачи второго уровня можно говорить о различиях в способах решения* ***третьего уровня****. Эти различия могут характеризоваться как различия в способах выполнения операций плана решения и формах выполнения решения.*

*В начальных классах термины «способ решения», «различные способы решения» необходимо употреблять лишь для обозначения понятий одного, а именно второго, уровня.*

*Эффективным средством формирования умения решать задачи разными способами являются уроки, деятельность учащихся на которых строится как специфически учебная.*

*Важное влияние на формирование УД оказывает и последовательное ознакомление учащихся с различными формами записи решения. Целесообразно организовать специальное обучение им через организацию УД. При этом необходимо сравнивать разные формы записи, обсуждать достоинства и недостатки каждой формы при их использовании для разных целей. Полезно проведение обобщающих уроков, на которых показываются и составляются всевозможные формы записи, уточняется назначение каждой из форм, обсуждается целесообразность записи при решении задачи для достижения конкретных учебных и неучебных целей.*

## § 9. Обучение учащихся приёмам проверки решения задач

Проверка — завершающий этап решения задачи, в результате которого доказывается правильность полученного при выполнении первых трёх этапов ответа на вопрос задачи, обосновывается полное и верное выполнение требования задачи.

Прежде чем говорить о выборе приёмов (способов) проверки решения задач для обучения им учащихся, представляется необходимым определить связи между *проверкой решения задачи и самоконтролем как* *компонентом УД*. Эта необходимость обусловлена следующими обстоятельствами.

В соответствии с целью исследования разрабатываемая методика обучения решению текстовых задач должна способствовать формированию УД младших школьников, а значит и таких её компонентов, как самоконтроль и самооценка. В деятельности субъекта, основной целью которой является решение задачи, т.е. получение ответа на вопрос задачи (выполнение её требования), проверка решения выступает как действие самоконтроля в этой деятельности, служит основой для соответствующей оценки хода и результата её. Следовательно, обучение детей приёмам проверки — есть средство формирования самоконтроля как компонента деятельности решения задач (не являющейся учебной). Отсюда возникает вопрос: какую роль в становлении самоконтроля как компонента УД учащихся играет формирование самоконтроля как компонента практической деятельности с основной целью — решить задачу? Ответ на него может быть найден только на основе определения связи проверки решения задачи и самоконтроля в УД.

Проанализируем целостный акт УД при обучении решению текстовых задач, завершающийся действиями контроля (самоконтроля) и оценки (самооценки).

Пусть школьниками принята учебная цель: «Научиться (учиться) проводить поиск решения задачи с помощью рассуждений «от вопроса к данным». Для её достижения выбрана текстовая задача (задачи) и соответствующие учебные действия (этот выбор на высших ступенях сформированности УД осуществляется обучающимся самостоятельно, а на более низких — с помощью учителя).

При выполнении соответствующих учебных действий, т.е. при решении соответствующих учебных задач, необходим контроль за качеством овладения соответствующим приёмом поиска решения, контроль за правильностью образовавшихся в сознании учащихся схем поиска решения рассматриваемым способом. Любой же контроль — это соотнесение результата и хода деятельности определённому образцу, существующему в какой-либо материальной форме или в сознании субъекта (А.В. Захарова, А.К. Маркова и др.). В рассматриваемом случае таким образцом является обобщённая схема поиска плана решения изучаемым способом. Но овладение этой схемой есть перспективная цель обучения учащихся умению решать задачи. На начальных же ступенях обучения возможна лишь некоторая степень приближения к достижению такой цели.

В сознании учащихся на данном этапе обучения нет образца обобщённой схемы поиска плана решения задачи. Самоконтроль же в соответствующем акте УД должен в этом случае осуществляться опосредованно, например, с помощью применения формируемого приёма деятельности на этапе поиска плана решения задачи и последующей проверки правильности решения. Если задача решена учащимся верно, то с определённой степенью достоверности можно признать, что он (ученик) владеет (на некотором уровне) контролируемым способом деятельности — приёмом поиска плана. Проведение такого самоконтроля способствует не только реализации контролирующих функций текстовых задач, но и осознанию этих функций учащимися, что создаёт предпосылки для самостоятельного использования ими задач как средства контроля.

Сказанное позволяет сделать **вывод:** *обучение учащихся приёмам проверки решения задач является необходимым как для формирования у учащихся умения выполнять соответствующий этап решения задачи, так и для формирования (через обучение решению текстовых задач) самоконтроля и самооценки как компонента УД учащихся*.

Следует, однако, подчеркнуть, что формирование самоконтроля как компонента УД связано не только с обучением проверке решения задачи. Самоконтроль в акте УД с конкретной учебной целью может проводиться и не на основе проверки решения задачи.

Пусть, например, деятельность учащихся определяется учебной целью «*научиться строить чертёж к задаче*». Для контроля и оценки степени достижения этой цели нет необходимости решать задачу. Достаточно построить чертёж к задаче требуемой сложности, оценить его соответствие содержанию задачи и «удобность» для поиска решения. Поэтому становление самоконтроля как компонента УД в обучении, ориентированном на формирование УД, происходит при овладении младшими школьниками всеми компонентами умения решать задачи, а не только при усвоении ими приёмов проверки.

Тем не менее, именно обучение приёмам проверки задач может оказать наибольшее влияние на становление самоконтроля и самооценки как компонентов УД. Овладение способами проверки, критериями оценки качества выполненного решения есть овладение самоконтролем и самооценкой как компонентом практической деятельности, есть формирование самоконтроля и самооценки как свойства личности. Такое овладение создаёт хорошую основу для развития самоконтроля и самооценки как компонента УД.

Осуществим теперь отбор тех приёмов проверки решения задач, которым целесообразно обучать детей (осуществляя при этом формирование УД), опишем методику обучения им.

Основным критерием такого отбора должна быть возможность самостоятельного использования учащимися приёма проверки как средства контроля за результатом и (или) ходом своей деятельности при решении текстовой задачи. Поясним эту мысль.

**При проверке решения задачи** на основе ряда умственных или практических действий **должен быть сделан вывод в виде умозаключения:** ***«Так как …, то задача решена верно (неверно)».*** Причём проверяющий должен быть убеждён, что им выполнены и выполнены правильно именно те действия и проведены именно те рассуждения, которые необходимы для установления правильности (или неправильности) решения. Это означает, что **действия по проверке должны быть для решающего менее трудными и более обоснованными, чем решение проверяемой задачи**. В противном случае выполнение действий, составляющих приём проверки, не будет служить ученику средством контроля проведённого решения, а будет восприниматься им как дополнительная работа по задаче, цель которой ему непонятна. Ясно, что такая проверка не только не может быть средством самоконтроля (и не служит поэтому его формированию), но и препятствует такому формированию, так как искажает в сознании учащегося смысл проверки.

При обучении математике формирование самоконтроля часто связывается с обучением школьников способам проверки тех или иных учебных заданий, в частности, с проверкой решения задач. Однако наблюдения показывают, что даже правильное выполнение всех основных действий, составляющих тот или иной приём проверки конкретного задания, отнюдь не всегда свидетельствует о высоком уровне развития самоконтроля. Причин этому несколько. Суть основных из них заключается в следующем:

*1. Принятые в обучении приёмы проверки решения текстовых задач не оказывают достаточного влияния на становление самоконтроля учащихся;*

*2. Даже значительные возможности, заложенные в том или ином приёме проверки, реализуются лишь при определённых условиях, которые не всегда выполняются в практике обучения.*

Проанализируем **возможности различных приёмов проверки решения текстовых задач в формировании самоконтроля учащихся.**

В методике преподавания математики под проверкой решения текстовой задачи чаще всего понимают проверку ответа на вопрос задачи. (А зачастую — проверку *ответа*, под которым понимается число, получившееся в результате выполнения всех, намеченных в плане, действий.) Известно ***несколько способов такой проверки****: 1) составление и решение обратной задачи; 2) решение задачи другим способом; 3) соотнесение полученного результата и условия задачи; 4) прикидка ответа, или* *установление его границ; 5) проверка выбора действия путём определения смысла составленных по задаче выражений.**

Рассмотрим каждый из названных приёмов.

**1. Составление и решение обратной задачи.**

При проверке решения задачи этим способом учащиеся, как известно, должны выполнить ряд действий, а именно: 1) подставить в текст задачи найденное значение искомого, т.е. вместо вопроса задачи поставить в текст задачи ответ на него; 2) выбрать новое искомое; 3) сформулировать новую задачу; 4) решить составленную задачу; 5) сравнить полученное число с тем данным прямой задачи, которое было выбрано в качестве искомого обратной задачи; 6) на основе этого сравнения составить соответствующее умозаключение о правильности решения прямой задачи.

Один из пунктов указанного перечня действий — решение обратной задачи. Чтобы использовать результат этого решения в качестве образца правильного решения первоначальной задачи и критерия оценки последнего, такое решение должно быть верным и не вызывать затруднений, т.е. оно должно быть заведомо более лёгким, чем решение проверяемой задачи. Если это условие не соблюдено, то решение обратной задачи также требует проверки и, следовательно, не может выступать в роли средства контроля.

Но объективно степень сложности обратной задачи такая же, что и прямой. Действительно, обратная задача содержит столько же данных, те же отношения и связи (только неизвестными могут быть другие компоненты этих отношений), что и прямая. Значит, и для решения она далеко не всегда будет более лёгкой. Но, кроме решения обратной задачи, учащиеся должны составить её, что ещё более усложняет использование обратной задачи в качестве средства проверки.

Проведённые рассуждения показывают, что составление и решение обратной задачи — задание более сложное для учащихся, чем решение

---

* Последний приём предложен и назван нами. Он позволяет проверить не только результат, но и ход решения. Первоначально мы называли его: «Приём проверки правильности выбора действий путём составления «обратной логической задачи» [121]. Позднее мы выделили еще четыре приема: *повторное решение задачи тем же методом и способом; обоснование каждого шага решения с помощью более общих теоретических или практических положений; сличение с образцом правильного решения; решение задачи "на малых числах" с последующей проверкой вычислений.* Все перечисленные приемы используются в практике обучения, однако в методической литературе упоминаются крайне редко. Между тем, эти приемы могут и должны быть включены в содержание обучения.

прямой задачи, а потому не может восприниматься ими как критерий правильности решения прямой задачи. Самостоятельное применение учащимися этого способа проверки в качестве средства контроля вряд ли приемлемо (что не исключает возможности применения составления и решения обратных задач для других целей). А это означает: составление и решение обратной задачи не может служить формированию самоконтроля у учащихся. Этот же вывод, хотя и с других позиций, сделан Г.В. Дорофеевым [33].*

**2. Решение задачи другим способом.**

В методике математики [9, 71, 72, 76, 83, 86 и др.] для проверки в основном используется решение задачи другим способом в рамках использования одних и тех же средств, т.е. в рамках одного и того же способа первого уровня (§ 8). Однако, как уже отмечалось в § 8, в качестве контролирующего действия может выступать и решение задачи с использованием других средств. Так, арифметическое решение может быть проверено через решение той же задачи на предметной или графической модели. При этом можно проверить не только результат решения — число, получившееся при выполнении последнего действия, но и правильность выбора действий. (Говоря о проверке задачи путём её решения другим способом, будем использовать термин «способ решения» для понятий первых двух уровней (§ 8).)

Выясним возможности рассматриваемого приёма проверки в формировании самоконтроля.

Получение того же результата при решении задачи другим способом подтверждает правильность первого решения лишь при верном решении задачи этим другим способом. Кроме того, ***чтобы решение задачи другим способом учащиеся могли применять как средство контроля и самоконтроля, этот второй способ должен быть более освоен ими, чем первый*.**

Особенно важно выполнение этого требования **при знакомстве с рассматриваемым приёмом проверки**. Именно тогда учащиеся должны осознать другой способ решения как возможное средство контроля за

* В дальнейшем при более глубоком изучении особенностей применения обратных задач как средства проверки решения задач мы обнаружили, что это средство может быть эффективно для обнаружения резкого несоответствия найденного ответа на вопрос прямой задачи её условию. Такое несоответствие обнаруживается сразу же после составления обратной задачи или после первых попыток решить составленную задачу. В связи с этим с составлением и решением обратной задачи как средством проверки следует знакомить учащихся на примере неверно решённой задачи. Если ответ на вопрос верен или правдоподобен, то все рассуждения приведённые в данной работе остаются в силе.

результатом решения задачи. Для этого необходимо организовать работу так, чтобы, в о – п е р в ы х, *решение задачи действительно требовало проверки, т.е. чтобы оно не было слишком лёгким или достаточно обоснованным*; в о – в т о р ы х, *существовал другой способ её решения, более освоенный учащимися*. Только при выполнении этих условий дети воспримут решение задачи другим способом как проверку.

Возможности использования этого приёма проверки как средства самоконтроля снижаются ещё и потому, что при самостоятельном решении задачи, если учитель специально не оговаривает способ решения, учащиеся обычно выбирают наиболее доступный для них. В данном случае самостоятельная проверка рассматриваемым приёмом может быть затруднена. Однако если дети умеют решать задачи разными способами, то возможности применения данного приема для формирования самоконтроля как компонента учебной деятельности (и неучебной тоже), чрезвычайно велики. Решение задач разными способами и методами оказывает также огромное положительное влияние на умственное развитие детей, на формирование учебно-познавательных мотивов учения.

Особо следует остановиться на использовании в качестве средства контроля *способов решения* задач, *основанных на моделировании*.

В математике построение моделей является одним из эффективных способов доказательства математических предложений. При решении текстовых задач предметная или графическая* модель позволяет выразить связи между данными задачи, между данными и искомым через наглядно видимые и интуитивно ясные связи либо между предметами или группами предметов, либо между изображениями этих предметов, либо между геометрическими фигурами.

Покажем на примере двух задач, как может быть выполнена проверка путём решения на графической модели.

Пусть с помощью арифметических действий решена задача [60, с. 82]: *У Вани 6 значков, а у Лены на 2 значка меньше. Сколько значков у Лены?* Для проверки решим её на условной предметной модели, т.е. с помощью схематического рисунка. При построении модели ученик может рассуждать так: «Буду изображать значки у Вани закрашенными клеточками, а у Лены — незакрашенными (рис. 7). У Вани 6 значков — обведу 6 клеточек. Закрашу их. У Лены на 2 значка меньше. Обвести на 2 клеточки меньше, это значит обвести вначале столько же клеточек — 6, а потом 2 из них зачеркнуть. Останутся «значки» у Лены (Рис. 7).

---

* Графическая модель может быть геометрической и негеометрической. Геометрической назовём графическую модель, которая моделирует содержание задачи с помощью свойств геометрических фигур.

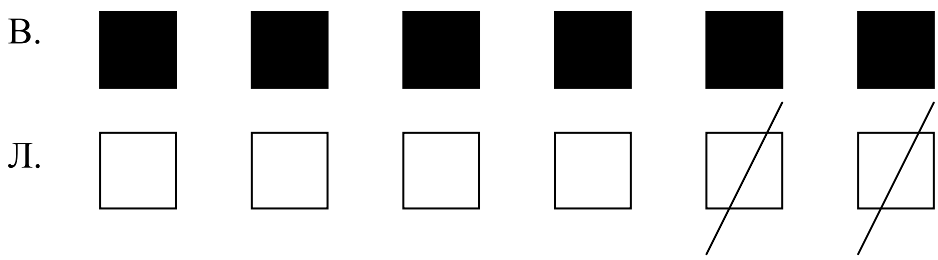



Рис. 7

Так как нужно было из 6-ти клеточек зачеркнуть 2 и подсчитать оставшиеся, то значит, для записи решения нужно из 6 вычесть 2. У меня в решении записано это же (не это) действие, значит действие я выбрал правильно (неправильно). Теперь проверю результат. Правильный результат — 4. У меня получилось столько же (другое число). Значит, я решил задачу верно (неверно). Ответ на вопрос задачи будет таким: «У Лены 4 значка».

Рассуждения ученика могут быть и менее подробными, ведь формирование понятия об отношениях «*на … меньше (больше)*» проходит именно на таких рисунках, и учащиеся даже по внешнему виду рисунка легко определяют действие.

Решение следующей задачи удобно проверить через её геометрическое решение.

Задача [64, с. 33]: *В магазине за три дня продали 1 т сахару: в первый день продали 300 кг, во второй день в два раза больше, чем в первый. Сколько килограммов сахара продали в третий день?*

После арифметического решения этой задачи (без использования чертежа) для проверки можно получить ответ на её вопрос по чертежу (рис. 8) через измерение соответствующего отрезка. Необходимо лишь выбрать масштаб, например, такой: отрезок в 1 см означает 100 кг сахару.

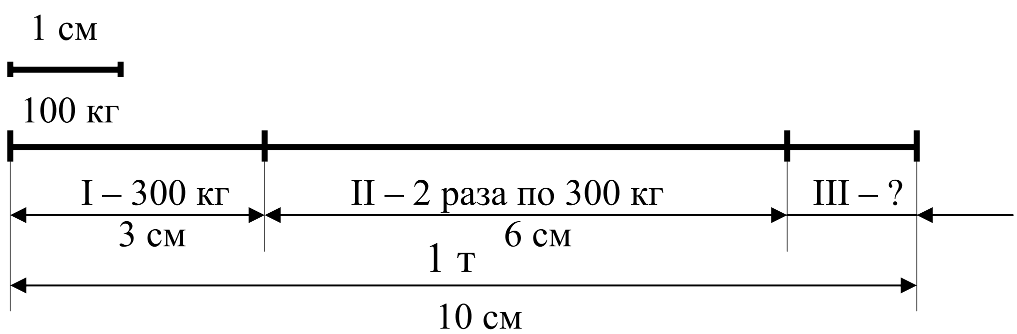



Рис. 8

Если учащиеся хорошо владеют умением строить чертёж по задаче, то ответ на вопрос задачи, найденный по чертежу без выполнения арифметических действий или с выполнением лишь некоторых из них, может служить образцом для сличения с ним ответа, найденного другим путём.

Это же можно сказать и о решениях задач, полученных на основе других видов моделирования, например, практического выполнения описываемых в задаче действий над реальными предметами, их моделями и др.

Умение представить то или иное отношение, ту или иную зависимость в виде рисунка или с помощью предметов (реальных предметов, предметных картинок, кружков, квадратов, палочек и т.п.) является, как известно, основой формирования понятий *«арифметические действия»*, «отношения *больше (меньше) на …», «больше (меньше) в … раз»* и др.

Предметная или графическая модель текстовой задачи раскрывает содержание понятий, определяющих выбор действий над числами, а потому построение такой модели после решения задачи может служить средством контроля как за результатом решения, так и за выбором действий при арифметическом решении задачи или при решении с помощью уравнения. В применении её как средства контроля заложены, следовательно, возможности проверки не только результата, но и хода решения, что создаёт предпосылки для формирования самоконтроля не только по результату, но и по ходу деятельности. Самоконтроль по ходу деятельности при хорошем владении учащимися этим приёмом проверки может осуществляться и на основе мысленного построения предметных или графических моделей. В этом случае учащийся мысленно представляет реальные предметы, о которых идет речь в задаче, либо мысленно строит рисунок или чертеж.

На этапе закрепления соответствующих понятий моделирование может служить и средством *предваряющего (прогнозирующего) контроля*, т.е. контроля за ещё не выполненными, а только планируемыми действиями. Для этого учащиеся, мысленно наметив план арифметического или алгебраического решения, строят предметную или графическую модель и определяют, правильно ли выбраны действия, правильно ли намечен план решения. Модель в этом случае может быть схематической, отражающей лишь главные связи и отношения. После такого контроля намеченный план корректируется или выполняется.

Обучение учащихся такому контролю не только способствует формированию развитых форм самоконтроля, но и лучшему усвоению математических понятий. Для реализации указанных возможностей нужна постоянная и целенаправленная работа учителя с соблюдением всех тех условий, о которых мы говорили выше.

**3. Соотнесение полученного результата и условия задачи.**

При раскрытии содержания этого приёма проверки часто выделяют только выполнение арифметических действий над числами, полученными в ответе, и данными в условии. Однако смысл соотнесения полученного результата и условий задачи гораздо глубже. Он заключается не только и не столько в выполнении арифметических действий и в получении чисел, данных в задаче, сколько в выяснении, будут ли выполнены все отношения и зависимости между данными и искомым — полученным результатом. Если при проведении соответствующих рассуждений по тексту задачи, в котором место вопроса занял ответ на него, не возникает никаких противоречий, то найденный ответ на вопрос задачи соответствует условию задачи, т.е. он верен. В противном случае найденный результат неверен (при условии, что рассуждения проведены верно).

Сделаем также примечание, отнеся высказанное Г.В. Дорофеевым [33, с. 37] положение о решении текстовых задач к проверке этого решения, а именно: поскольку текстовая задача формулируется на реальном языке, то проверка её должна основываться на смысле слов и предложений этого языка. Сказанное означает, что проверка рассматриваемым образом заключается в проведении рассуждений по тексту задачи с выполнением при необходимости арифметических действий. Такие рассуждения основаны на понимании проверяющим слов и предложений текста задачи и потому носят неформальный характер. Именно поэтому очень удачным, на наш взгляд, является название данного способа проверки как «разыгрывание условий задачи» [33, с. 41].

Приведём образец соответствующих рассуждений при проверке решения задачи [60, с. 95]: *На стройке школы работало 12 грузовиков, а на стройке магазина на 2 грузовика меньше. Сколько грузовиков работало на стройке магазина?*

Пусть один ученик решил её так: «12 – 2 = 10 (гр.). Ответ: *на стройке магазина работало 10 грузовиков*». Другой ученик решил задачу следующим образом: «12 + 2 = 14 (гр.). Ответ: *на стройке магазина работало 14 грузовиков*».

Проведём проверку первого решения.

Проверим, выполняется ли условие задачи, если считать, что на стройке магазина работало 10 грузовиков. Читаем задачу, заменяя её вопрос ответом на него: *«На стройке школы работало 12 грузовиков, а на стройке магазина на 2 грузовика меньше. На стройке магазина работало 10 грузовиков»*. Проверим, нет ли здесь противоречий. На стройке школы работало 12 грузовиков, а на стройке магазина — 10. 10 меньше, чем 12, значит, на стройке магазина грузовиков работало меньше, что соответствует условию задачи. Узнаем, на сколько меньше грузовиков работало на стройке школы, чем на стройке магазина. Для этого из большего числа вычтем меньшее: 12 – 10 = 2. На стройке магазина работало на 2 грузовика меньше, чем на стройке школы, что соответствует условию задачи. Значит, задача решена верно.

Проведём проверку решения задачи, выполненного вторым учеником. Рассуждения могут быть такими.

Проверим, выполняется ли условие задачи, если считать, что на стройке магазина работало 14 грузовиков. Читаем задачу, заменяя её вопрос ответом на него: *«На стройке школы работало 12 грузовиков, а на стройке магазина на 2 грузовика меньше. На стройке магазина работало 14 грузовиков»*. Проверим, всё ли здесь верно. На стройке школы работало 12 грузовиков, а на стройке магазина 14 грузовиков. 14 больше 12-ти, т.е. на стройке магазина грузовиков работало больше, чем на стройке школы, что противоречит условию: в условии сказано, что на стройке магазина грузовиков работало меньше. Значит, задача решена неверно. Найдено большее число, а требовалось найти меньшее. Решение следует изменить.

Ценность данного приёма в его неформальности. Рассуждения всегда ведутся по тексту задачи и потому различны для разных задач. В то же время такие рассуждения вполне доступны детям, так как требуют не больше знаний, чем решение той же задачи. Их контролирующий характер ясен учащимся, следовательно, способ проверки, основанный на них, может быть применён и для самоконтроля. Это наиболее естественный способ проверки, однако обучение ему связано с развитием речи учащихся и потому требует длительной специальной работы, постоянного внимания.

Рассуждения детей при «разыгрывании» условия основаны на понимании текста задачи, на выявлении всех отношений, зависимостей, описанных в задаче, а это способствует совершенствованию у учащихся умения анализировать текст задачи.

Регулярное использование этого приёма проверки (а он применим для каждой задачи) вырабатывает привычку внимательно относиться к каждому слову в тексте, заставляет учащихся при решении каждой задачи полно формулировать ответ на вопрос. Частое его применение в сочетании с прикидкой и проверкой выбора действия через составление «обратной логической задачи» (через определение смысла составленных по задаче выражений) является хорошим средством формирования у учащихся наиболее совершенных видов самоконтроля.

Обучение установлению соответствия результата решения условию задачи следует начинать с формирования умения находить противоречия и делать это нужно с самого начала обучения решению задач.

**4. Прикидка ответа или установление его границ.**

Применение данного приёма проверки даёт ответ на вопрос: «Правильно ли решена задача?» — лишь в случае, когда полученный при решении результат не соответствует установленным границам. В этом случае делается вывод, что задача решена неверно. В случае соответствия можно говорить о вероятности того, что задача решена верно. Окончательный вывод делается на основе других приёмов проверки.

Сказанное позволяет предположить, что с математической точки зрения возможности такого средства установления истинности полученного решения чрезвычайно малы. Это должны понимать и учащиеся. Однако в дидактическом и воспитательном значении его возможности значительно шире.

Как известно, содержание прикидки заключается в том, что до начала решения задачи на основе предварительного анализа текста прогнозируется с некоторой степенью точности результат решения. В процессе поиска решения и его выполнения учащиеся имеют возможность соотносить каждый шаг решения и конечный результат с прогнозируемым результатом. Чем точнее прогноз, тем выше его контролирующие и, я бы сказала, исследовательские функции. Ведь любой прогноз результата предстоящего решения есть не что иное как, по существу, исследовательская гипотеза.

Самостоятельный прогноз, соотнесение хода и результата решения с ним есть не что иное, как осуществление самоконтроля в его наиболее развитых видах: пошаговом и прогнозирующем (в последнем, если с прогнозируемым решением сравнивается результат, полученный на основе мысленного выполнения решения). Обучение этому на первый взгляд весьма примитивному приёму проверки очень важно для формирования самоконтроля. Прикидка помогает и поиску плана решения задачи, так как предполагает проведение первоначального анализа основных связей между данными и искомым, выделение основного отношения между ними.

Достаточно частое требование учителя выполнять прикидку при решении задачи воспитывает у учащихся привычку не начинать решение задачи прежде, чем не будет предварительно оценён возможный результат. Это свойство может быть перенесено и на выполнение других видов учебных заданий, что в целом способствует воспитанию у учащихся важного качества личности, которое можно охарактеризовать как следование в любое ситуации принципу: вначале думать, а потом делать.

Заложенные в этом приёме проверки возможности для формирования самоконтроля могут быть реализованы лишь при сочетании обучения ему учащихся с обучением другим приёмам, в особенности с обучением установлению соответствия результата условию задачи.

**5. Проверка выбора действия путём составления и решения «обратной логической задачи» (путём определения смысла составленных по задаче выражений).***

Смысл арифметического решения текстовой задачи заключается в составлении последовательности выражений, последнее из которых даёт ответ на её вопрос. Но можно составить обратную задачу, а именно: зная, что означает каждое число в данном выражении, определить, на какой вопрос это выражение даёт ответ. Другими словами, имея условие задачи и выражение, являющееся её решением, сформулировать вопрос, ответ на который дает данное выражение. Если этот вопрос совпадает с вопросом задачи, то выражение составлено верно.

Поясним сказанное на примере простой задачи: «За завтраком съели 6 помидоров, а осталось 3 помидора. Сколько помидоров было подано к столу?» Её решением будет выражение 6 + 3. Сформулируем задание, которому мы дали название «обратная логическая задача».

Дано выражение 6 + 3, причём известно, что число 6 в нём означает количество помидоров, которые были съедены за завтраком, а число 3 — количество оставшихся помидоров. Что означает выражение 6 + 3? (На какой вопрос даёт ответ сумма 6 + 3?). Сумма количества съеденных и оставшихся помидоров равна числу помидоров, поданных к столу. Значит, выражение 6 + 3 даёт ответ на вопрос: «Сколько помидоров было подано к столу?» А это — вопрос задачи. Следовательно, выражение составлено верно. Если правильно найти его значение, то получим правильный ответ на вопрос задачи.

Покажем теперь на той же задаче возможный вариант ознакомления с рассматриваемым приёмом.

После того, как учащиеся запишут выражение — решение задачи, учитель предлагает проверить, правильно ли они выбрали действие при решении.

— Что означает число 6 в задаче? (Это число помидоров, которые съели за завтраком.) —Что означает число 3? (Это количество помидоров, которые остались.) — Прочитайте теперь действие, называя не только числа, но и то, что они означают. (К 6 прибавил 3, т.е. к числу помидоров, которые съели за завтраком, прибавил число помидоров, которые остались.) — Что показывает сумма? (Если сложить число помидоров, которые съели за завтраком, с числом оставшихся, то мы узнаем, сколько помидоров подали на завтрак. Или: сумма 6 и 3 будет обозначать коли-

* Первое название дано нами в статье [121], а второе в статье [3] 1988 года.

чество помидоров, поданных на завтрак.) — Прочитайте вопрос задачи. (Сколько помидоров подали к столу?) — На этот ли вопрос мы ответим, выполнив сложение? (Да.) — Какой вывод можно сделать? (Можно сделать вывод, что действие для решения задачи выбрано верно.)

Покажем, как должен рассуждать ученик, выбравший действие неверно: «Число 6 означает количество помидоров, которые съели за завтраком, число 3 — количество помидоров, которые остались. Я из 6 вычел 3, т.е. из числа съеденных помидоров вычел число оставшихся помидоров. Значит, я узнал, на сколько помидоров съели больше, чем осталось. А в задаче спрашивается, сколько помидоров подали на завтрак. На вопрос задачи я не ответил. Действие выбрано неверно.» Найдя таким образом ошибку, ученик исправляет её и решает задачу правильно. (Несомненно, рассуждения ученика могут не формулироваться так полно.)

Ценность такой проверки заключается в том, что она позволяет осуществить самоконтроль по ходу решения и потому естественно дополняет и корректирует ход решения. (Для исключения вычислительных ошибок нужно кроме правильности выбора действий проверить и вычисления.)

Представим теперь наш подход к обучению учащихся проверке решения задач.

Обучение целесообразным приёмам проверки решения задач в экспериментальных классах проводилось аналогично обучению другим компонентам умения решать задачи, т.е. по следующей схеме: а) накопление опыта применения осваиваемого приёма под руководством учителя; б) создание ситуации, в которой учащимися осознаётся полезность освоения рассматриваемого приёма для овладения умением решать задачи и принимается соответствующая учебная цель; в) выбор учащимися (под руководством учителя) учебных заданий и текстовых задач для достижения принятой цели, т.е. выбор учебных действий; г) выполнение учебных действий для овладения приёмом; д) самоконтроль и самооценка степени овладения изучаемым приёмом (с определённой долей помощи и руководства со стороны учителя).

В экспериментальных классах обучение проверке начиналось ознакомлением с проверкой при помощи моделирования через несколько уроков после обучения решению текстовых задач средствами предметных и условно-предметных моделей. Решение задач средствами модели — первый из способов решения, которым овладевают дети, и потому более освоен ими. По этой причине и первым из изучаемых детьми приемов проверки был прием проверки путем решения той же задачи средствами модели предметной и графической моделей (простейшие случаи).

Ознакомление с другими приёмами проверки велось в такой последовательности: проверка выбора действий составлением и решением «обратных логических задач»; прикидка результата; установление соответствия результата решения условию задачи; проверка выбора действий и результата путём геометрического решения.

Несколько подробнее остановимся на обучении проверке выбора действия составлением и решением «обратной логической задачи» (с помощью определения смысла составленных по задаче выражений).

Такое обучение можно проводить при изучении смысла действий сложения, вычитания, при обучении детей различным способам чтения выражений, в ходе ознакомления с отношениями «больше на …» и «меньше на …», при решении задач разных видов.

При использовании задач для усвоения учащимися смысла действий сложения и вычитания и при обучении решению простых задач с помощью арифметических действий полезны следующие задания.

*1. На столе учителя 3 зелёных и 4 красных «яблока». На доске записана сумма 4 + 3. Учитель просит кого-нибудь из учащихся выполнить практически то действие с «яблоками», которое на языке математики записано как 4 + 3. Спрашивается, на какой вопрос даст ответ выполненное действие. Аналогично проводится работа с выражением 4 – 3.*

*2. Известно, что числа 3 и 7 означают количество книг. Дополните сведения о книгах и скажите, что означают следующие записи: 7 + 3; 7 – 3. (3 книги лежат на одной полке, а 7 книг — на другой. 7 + 3 — количество книг на двух полках. 7 – 3 показывает, на сколько книг на первой полке меньше, чем на второй. 7 книг было у Маши, 3 книги она дала почитать подругам. 7 + 3 — смысла не имеет. 7 – 3 означает, сколько книг осталось у Маши.).*

*3. Задайте вопросы, ответы на которые дают эти записи. (К каждой предложенной детьми ситуации вопросы формулируются отдельно.)*

Для одних ситуаций смысл имеют обе записи, для других — только одна. Так, если 3 и 7 означают количество книг на полках, то выражение 7 + 3 будет означать общее количество книг на двух полках. Вопрос может быть сформулирован так: «Сколько всего книг лежало на двух полках?» Запись 7 – 3 даёт ответы на вопросы: «На сколько больше книг на первой полке, чем на второй?» и «На сколько меньше книг на второй полке, чем на первой?».

Даже из этого примера видно, какое богатое содержание скрыто за такими простыми математическими выражениями, как 7 + 3 и 7 – 3.

Хороший эффект дают творческие задания вида: *расскажи, о чём может поведать тебе запись «9 – 5».* Выполнение их развивает фантазию, помогает глубже проникнуть в мир чисел, повышает интерес детей к математике.

Описанная выше работа проводилась в экспериментальных первых классах. Во втором классе она может быть продолжена в связи с изучением выражений, а также при рассмотрении задач на умножение и деление. В результате создаётся база для овладения умением самостоятельно проверять правильность выбора действия, формируются более осознанные и глубокие знания по соответствующим разделам программы.

Отметим некоторые особенности обучения детей проверке решения задачи путём установления соответствия результата условию задачи.

Успешность овладения учащимися этим приёмом проверки существенно зависит от уровня развития речи учащихся. Поэтому самостоятельное проведение всех рассуждений вызывает определённые трудности у первоклассников, особенно в первом полугодии, когда тексты задач большей частью воспринимаются на слух. Между тем необходимость в целенаправленном формировании умения проверять решение задачи рассматриваемым способом, как уже отмечалось, возникает на достаточно ранних ступенях обучения. Выход был найден следующий. Анализируемый приём проверки состоит из нескольких операций, первая из которых — прочтение (повторение) текста задачи с заменой вопроса ответом на него. Для того, чтобы увидеть ошибку, часто бывает достаточно только этой операции. Её можно и нужно в первую очередь передать детям для самостоятельного выполнения. В экспериментальном обучении это достигалось следующим образом.

С первых уроков при выполнении любых заданий (в том числе и при решении задач) детей приучали на любые вопросы отвечать только полными предложениями. Кроме этого в устные упражнения включались и специальные задания вида:

*При решении задачи, вопрос которой «Сколько стаканов сока осталось в двух банках?» ученик записал в ответе число 14. Как нужно ответить на вопрос задачи?*

Когда большинство учеников в классе уже достаточно свободно могло строить полные ответы на вопросы (вторая четверть), им стали предлагать задания: закончив решение, прочитать текст задачи, ответив на её вопрос. После тренировки в их выполнении показывался контролирующий характер операции прочтения текста с ответом на вопрос задачи. Это легко сделать, предложив детям решить самостоятельно задачу несколько большей сложности, чем обычно, а затем прочитать текст с ошибочным ответом. Интуитивные догадки детей о том, чем полученный результат не соответствует содержанию задачи, корректируются и направляются учителем.

В третьей четверти предметом осознания первоклассниками стал весь приём, но до конца года учащимся ещё оказывалась помощь со стороны учителя в проведении полных рассуждений.

Подводя **итог**, можно сказать следующее.

*Обучение проверке решения задач формируя самоконтроль как компонент практической деятельности и свойство личности создаёт хорошие возможности для формирования самоконтроля как компонента УД.*

*Разные приёмы проверки решения текстовых задач обладают неодинаковыми возможностями в формировании различных видов самоконтроля. Наибольшее положительное воздействие на формирование самоконтроля могут оказать (при соответствующем обучении) следующие приёмы (в порядке убывания их влияния): соотнесение результата и условия задачи в сочетании с прикидкой результата; проверка выбора действия путём определения смысла составленных по задаче выражений; решение задачи другим способом при условии, что он более освоен, чем тот, которым найдено решение; составление и решение обратной задачи.*

*Из приёмов проверки путём решения задачи другим способом наибольшую ценность для формирования самоконтроля у младших школьников имеет проверка решения задачи на основе предметной и графической моделей задачи.*

*Обучение приёмам проверки, как и другим компонентам умения решать задачи, эффективно при условии организации в процессе обучения специфической УД учащихся.*

## § 10. Организация экспериментального обучения и его результаты

Выбор классов для проведения экспериментального обучения был осуществлён на основе поискового эксперимента. До его проведения мы полагали, что экспериментальную проверку основных методических идей данного исследования целесообразнее проводить во вторых классах. Мы предполагали, что к тому времени учащиеся накопят некоторый опыт решения задач и выполнение отдельных этапов решения, обучаясь по действующей методике. А это, по нашему предположению, должно было помочь учащимся быстрее понять и принять соответствующие учебные цели работы над задачей.

В поисковом эксперименте на задачном материале действующих учебников и специально подобранных задачах проводились уроки по обучению детей отдельным знаниям о процессе решения, некоторым способам выполнения этапов решения в соответствии с разработанным методическим подходом. Эксперимент проводился в двух вторых и одном первом классах в 1981 – 1982 уч. году. Уроки вёл лично экспериментатор и учителя.

В результате выяснилось, что именно опыт решения большого числа задач в соответствии с традиционной методикой затрудняет включение учащихся в целенаправленную УД по овладению компонентами умения решать задачи. Не только у третьеклассников и второклассников (т.е. после 2,5 и 1,5 лет обучения по традиционной методике), но и у первоклассников, проучившихся более двух четвертей, вырабатывается определённый стереотип деятельности при встрече с задачей.

Суть этого стереотипа в том, что у учащихся прочно закрепилась связь задачи только с её решением, т.е. с деятельностью, основной и единственной целью которой является цель: найти ответ на вопрос задачи (а зачастую — просто «ответ», под которым понимается число, полученное в результате выполнения арифметических действий с числами, данными в задаче).

Как только в классе звучало слово «задача», учащиеся психологически сразу же настраивались её решать. Если она была нетрудной (а для сильных учеников практически все задачи действующих школьных учебников для соответствующих классов являются такими), то учащиеся (чаще всего сильные) тут же приступали к решению, независимо от того, какая ставилась перед ними цель и выполнение какого задания потом учитель пытался организовать. Уверенные в том, что задачу решили правильно, они считали свою работу законченной после записи действий и ответа, и учителю стоило большого труда привлечь их к выполнению заданий, соответствующих основной цели включения задачи в урок.

Были случаи, когда привлечение таких учащихся к дальнейшей работе вызывало у некоторых из них даже отрицательные эмоции. Так, например, особенно ярко своё недовольство проявила Яна З. — отличница, ученица 2 класса. Яна привыкла к тому, что всегда решала задачу раньше всех и получала поощрение учителя. Теперь же в лидерах она не оказалась, хотя и решила задачу, причём правильно. Выполнять ещё какую-то работу она не хотела, так как считала, что цель её деятельности достигнута. Девочка всем своим видом показывала недовольство. На вопрос экспериментатора о причинах нежелания работать Яна ответила: «Я ведь уже решила задачу!».

Остальные учащиеся также с трудом принимали учебные цели и, слушая учителя, стремились поскорее узнать, как получить ответ. Поэтому достижение ими учебных целей тоже было затруднено.

Проведение пробных уроков показало, что дети, обучавшиеся по традиционной методике, воспринимают получение ответа как завершение работы (даже если не могут сформулировать полный ответ на вопрос задачи или получили неверный ответ). Изменить этот «стиль» работы над задачей можно, но результаты соответствующего обучения будут уже отражать не только эффективность разрабатываемой методики обучения, но и методики изменения сложившегося у учащихся стереотипа.

Всё сказанное обусловило проведение экспериментального обучения в первых классах.

Для экспериментально обучения были взяты два класса: 1-б шк. № 2 ($ЭК_1$) г. Новосибирска и 1-в той же школы ($ЭК_2$).

В качестве контрольных были выбраны также два класса: 1-а шк. № 38 ($КК_1$) г. Новосибирска (уроки учителя этого класса отличались чёткостью, высоким темпом работы, логической завершённостью) и 1-а шк. № 31 ($КК_2$) г. Москвы (учитель — заслуженный учитель школы РСФСР, учитель-мастер, много внимания уделяющий обучению решению текстовых задач). Особенностью учительницы московской школы было то, что, обучая детей по традиционной методике, она при решении любой задачи требовала от учащихся объяснения выбора действия («… Нужно к 10 прибавить 4, потому что сказано: на 4 больше. А это столько же и ещё 4.»). Уроки отличались чёткостью, организованностью. Это позволило учителю к концу учебного года, когда проводились срезы и беседы с учащимися, перерешать на уроках и дома все задачи из учебника.

Классы этих учителей взяты как контрольные преднамеренно. Мы исходили из того, что сопоставление результатов экспериментального обучения с результатами обучения по традиционной методике, но учителем-мастером, позволит более объективно оценить эффективность разработанной методики.

Экспериментальное обучение начиналось с первых уроков и в большей или меньшей мере осуществлялось на каждом уроке в течение учебного года (1982–1983 уч. г.). Уроки проводились в основном учителями. Более десяти уроков в каждом классе провёл экспериментатор.

Учителям экспериментальных классов давалась программа эксперимента, состоящая из: а) объяснительной записки, в которой кратко характеризовались основные теоретические положения экспериментальной методики; б) перечня основных знаний, терминов, умений, составляющих содержание обучения решению текстовых задач; в) указаний о целесообразном уровне овладения учащимися этим содержанием в результате обучения; г) примерного распределения времени; д) описание основного методического подхода к обучению учащихся компонентам общего умения решать задачи (см. § 4 – § 9); е) образцы конспектов-фрагментов уроков по обучению отдельным компонентам умения решать задачи. В ходе эксперимента сроки изучения отдельных вопросов, их последовательность, содержание соответствующих уроков корректировались.

Результаты обучения решению текстовых задач в соответствии с разработанной в данном исследовании методикой оценивались по двум параметрам: качеству выполнения контрольной работы, содержание которой составляли задачи из действующего учебника математики и задачи нестандартные; уровню самостоятельности и полноты осуществления учащимися акта УД, организуемой экспериментатором индивидуально с каждым из учащихся контрольных и экспериментальных классов.

Контрольная работа в экспериментальных и в одном контрольном ($КК_1$) классах проводилась в конце третьей четверти, а в другом контрольном классе ($КК_2$) — в четвёртой четверти. Содержание работы составляли три задачи из учебника математики и одна нестандартная.

Работа имела четыре варианта одинаковой сложности. Нестандартные задачи были взяты из пособий по внеклассной работе. Ниже приведены тексты этих задач:

1. Петя и Ваня ловили рыбу. Когда у них спросили, кто сколько поймал рыбок, то Ваня ответил: «У нас вместе на 15 рыбок больше, чем у меня одного. А у одного из нас на 10 рыбок меньше, чем у другого.». Сколько рыбок поймал Ваня, а сколько Петя, если известно, что Ваня был недоволен свои уловом?
2. «Дай мне 10 коп., — говорит брат сестре, — и тогда у нас денег будет поровну.» На сколько больше денег у сестры?
3. Половина батона стоит на 10 коп. дешевле целого батона. Сколько стоит целый батон?
4. У вершины пятиметрового столба находилась улитка. Каждый день она спускалась по столбу на 3 м, а каждую ночь вновь поднималась на 2 м вверх. В какой день она достигнет земли: в первый, во второй, в третий, в четвёртый … ?

Каждому ученику выдавалась карточка, на которой были указаны номера задач и соответствующие страницы учебника. Текст последней задачи был отпечатан на этой же карточке. Учащимся давалось задание: «Самостоятельно найти задачи в учебнике и решить их, записав решение. Для последней задачи можно указать только ответ на её вопрос.» (Результаты контрольной работы отражены в табл. 5.)

В $КК_1$ часть учащихся найдя текст задачи на странице учебника, по которой ещё не проводился урок, не приступала к решению, мотивируя это тем, что такие задачи на уроке не решались (хотя в контрольную работу были включены задачи уже рассмотренных видов). Учащихся, решивших верно 3 и более задач, всего 6 из 34.

В $КК_2$ к середине апреля, когда проводилась работа, все задачи из учебника уже решались на уроке или дома. Учащиеся уверенно приступали к решению. 21 учащийся этого класса записал решения четырёх задач, 10 — трёх задач или лишь двое — двух задач, хотя в решениях были и ошибки. Эти ошибки в основном указывали на недостаточный анализ условия задачи. (Правильно решили три и более задачи 22 ученика.)

В обоих экспериментальных классах дети быстро находили нужную страницу и уверенно приступали к решению. 24 ученика в $ЭК_1$ и 22 в $ЭК_2$ решили правильно 3 и более задач.

Таблица 5

| Классы | Число учащихся | Число учащихся, решивших правильно | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | все задачи | три задачи | две задачи | одну задачу | ни одной задачи | нестандартную задачу |
| $ЭК_1$ | 35<br>100 % | 6<br>17,1 % | 18<br>51,4 % | 10<br>28,6 % | —<br>— | 1<br>2,8 % | 8<br>22,9 % |
| $ЭК_2$ | 36<br>100 % | 7<br>19,4 % | 16<br>44,4 % | 9<br>25,0 % | 3<br>8,3 % | 1<br>2,8 % | 9<br>25,0 % |
| $КК_1$ | 34<br>100 % | 1<br>2,9 % | 5<br>14,7 % | 11<br>32,2 % | 13<br>38,2 % | 4<br>11,8 % | 1<br>2,9 % |
| $КК_2$ | 33<br>100 % | 1<br>3,0 % | 21<br>63,6 % | 6<br>18,2 % | 4<br>16,2 % | 2<br>6,8 % | 1<br>3,0 % |

Следует отметить также, что учащиеся экспериментальных классов были более свободны в выборе средств решения и в выборе приёмов выполнения отдельных этапов решения. Так, в 49 случаях учащиеся экспериментальных классов решали задачи с применением чертежа, к нестандартным задачам сделан иллюстрирующий рисунок в 13-ти случаях, к 4-м задачам — схематический рисунок. При решении остальных задач учащиеся экспериментальных классов либо использовали краткую запись, либо обходились без записи этапов решения.

В контрольных классах подавляющее большинство учащихся записали каждую задачу кратко, а затем арифметическое решение.

Интерес представляют результаты решения четвёртой задачи. Перед началом работы учащихся предупредили, что четвёртая задача не совсем обычная, и нужно быть внимательным при её решении. Записи к ней можно делать любые, в том числе только ответ на вопрос задачи.

В $КК_1$ к решению этой задачи приступил лишь один человек, а остальные, прочитав её, решать не стали. На вопрос экспериментатора, почему они не решают эту задачу, часть учащихся ответили, что не знают, как решать, а часть — что такие задачи не решали. Некоторые учащиеся этого класса, затратив много времени на решение первых задач, к четвёртой не приступали.

В $КК_2$ к решению четвёртой задачи приступил 21 ученик. Причём все записали решение с помощью арифметических действий, хотя выражения, записанные при этом, большей частью не имели смысла. Этот факт говорит о том, что учащиеся начинали выполнять решение без достаточного анализа содержания задачи, выхватывая из него лишь числа и отдельные слова, по которым определяли выбор действия. Правильный ответ на вопрос четвёртой задачи нашла лишь одна ученица — Лена М. Трое учащихся записали такой ответ на вопрос задачи 2 (см. с. 115): «У сестры было 20 коп.», т.е. дали ответ не на вопрос задачи.

В экспериментальных классах к решению нестандартной задачи приступило большинство учащихся: $ЭК_1$ — 27, $ЭК_2$ — 24. При её решении школьники использовали рисунки, чертежи. Так, к задаче 4 (см. с. 115) из 15 учащихся (из обоих классов), решавших её, 10 сделали чертёж. Из них правильно ответили на вопрос задачи — 6. Одна ученица решила эту задачу без чертежа, записав такую цепочку действий: $5 - 3 = 2$; $2 + 2 = 4$; $4 - 3 = 1$; $1 + 2 = 3$. Ответ дан такой: «В третий день она опустится.».

К задаче 3 (см. с. 115) пятеро учащихся сделали иллюстрирующий рисунок: нарисовали батон, разделённый на две равные части. Все эти учащиеся дали правильный ответ на вопрос задачи. Ещё двое учащихся верно ответили на вопрос этой задачи без использования рисунка.

Приведём рисунок (рис. 9), выполненный Катей М. ($ЭК_1$).

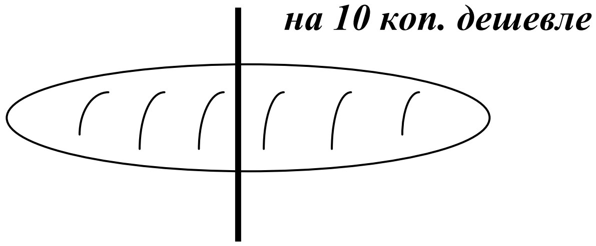



Рис. 9

К задаче 1 (см. с. 115) восемь человек также выполняли рисунок. Одни рисовали рыбок, другие — ведёрки, в которые Петя и Ваня «клали рыбу». Правильно ответили на вопрос этой задачи только 3 ученика — с хорошими способностями к математике (двое делали рисунок).

Из анализа результатов среза можно сделать следующие **выводы**.

Уровень умения решать стандартные задачи основных видов курса математики у учащихся экспериментальных классов сопоставим с уровнем этого умения у учащихся класса, обучение в котором ведёт учитель-мастер, организующий специальную работу по обучению учащихся умению обосновывать выбор действий в русле традиционной методики, т.е. через решение задач без постановки перед детьми учебных целей. Уровень того же умения у учащихся экспериментальных классов выше, чем у учащихся класса, в котором учитель проводит уроки в соответствии с действующими рекомендациями, но без особого выделения вопросов обучения решению текстовых задач.

Учащиеся экспериментальных классов использовали более разнообразные средства решения, чем ученики контрольных классов.

Использование учащимися экспериментальных классов разнообразных приёмов выполнения первых шагов решения свидетельствует о более глубоком, в сравнении с учащимися контрольных классов, анализе ими содержания задач. Знание разных приёмов первичного анализа позволило большему числу учащихся экспериментальных классов ответить на вопрос нестандартной задачи.

Возможности осуществления акта целостной УД и степень самостоятельности в нём учащихся проверялись через организацию соответствующей деятельности по задаче в ходе индивидуальной беседы с каждым из учеником экспериментальных и контрольных классов. Беседа проводилась в конце третьей ($ЭК_1$) и в четвёртой четвертях ($ЭК_2$, $КК_1$, $КК_2$). Её ход протоколировался.

В процессе беседы экспериментатор оценивал каждый из признаков УД (§ 1, с. 18) по пятибалльной системе. Критерии оценок взяты следующие: 5 – действие, характеризующее соответствующий признак, выполнено самостоятельно, полно и верно; 4 – верно и полно, но с небольшой помощью экспериментатора; 3 – верно и полно, но только под руководством учителя; 2 – действие выполнено с затруднениями даже при значительной помощи учителя; 1 – отсутствие признака.

Уровень сформированности УД у ученика в ситуации обучения решению текстовых задач будем считать высоким, если сумма баллов равна 23 – 25; средневысоким — от 20 до 22; средненизким — от 17 до 19; низким — от 13 до 16; очень низким — ниже 13-ти баллов.

Экспериментатор начал беседу с вопроса: «На уроках математики вы часто имеете дело с задачами. Чему вы учитесь при этом?»

В контрольных классах ответы были следующими. $КК_1$ : 29 учащихся ответили «Не знаю». Ответы остальных учащихся: «Когда читаешь задачу, то узнаешь, как её решать и писать, знакомишься со словами «вместе», «было», «плюс», «минус». (Оксана З.); «Могу научиться хорошо считать.» (Алина Д. и Лена М.); «Решать потом трудные задачи.» (Слава Я.); «Решать примеры.» (Вера М.).

$КК_2$: 25 учащихся ответили «Не знаю». Другие ответы были: «Учился решать примеры.» (Максим Н.); «Учился решать задачи. От задачи можно научиться делать меньше ошибок, потому что, когда решаешь, то тебе надо думать, сколько получится в задаче.» (Серёжа Е.); «Не замечал както, чтобы чему-нибудь учились.» (Алёша В.); «Учились быть умными.» (Павел Б.); «Учились решать задачи.» (Саша К.); «Учимся правильно решать задачи.» (Таня М.); «Мы учимся решать и понимать задачи.» (Настя О.); «Учимся считать.» (Илья П.).

Ответы всех учащихся экспериментальных классов состояли из целого перечня того, чему дети учились. Приведём для примера несколько ответов. Вова К. ($ЭК_1$): «Учились записывать задачу кратко. Учусь думать. Учусь искать решение чертежом: когда начнёшь чертить больше или меньше, видно, какое действие нужно выполнять. Учусь решать задачи хитростью. Учусь решать задачи разными способами.». Коля С. ($ЭК_2$): «Учимся проверять задачи. Учимся задавать вопросы и понимать задачу. Учимся делать чертёж: с чертежом легче решать. Учимся решать задачи рисунком. Вначале ещё учились с кружками решать. Учимся записывать задачу выражением и по действиям.». Аня С. ($ЭК_1$): «Учимся делать чертёж, краткую запись и рисунок. Учимся читать и осмыслять задачу. Учимся решать трудные задачи.». Оксана Р. ($ЭК_2$): «Учимся повторять условие и вопрос, говорить, о чём говорится в задаче, о чём известно в задаче, о чём неизвестно в задаче. Учимся выделять всё нужное для решения. Учимся задавать вопросы.».

В ответах детей были названы почти все цели, которые ставились перед учащимися. Эти ответы показали также, что ученики знакомы со многими способами выполнения различных этапов решения, знают их последовательность (без употребления термина «этап»).

Далее беседа проводилась таким образом. Учащемуся предлагалась задача, содержащая известные детям отношения и зависимости, но несколько большей сложности. Вопрос задачи составлял часть сложного предложения, стоящего в середине текста. Числовые данные задачи были небольшими, чтобы их выполнение не вызывало затруднений. Задача допускала применение почти всех приёмов выполнения этапов решения.

Текст задачи: «В зале столько электрических лампочек, сколько их в классе и в коридоре вместе. Сколько потребуется лампочек, чтобы заменить неисправные лампочки в зале, если в классе 6 лампочек, в коридоре на 2 лампочки больше, чем в классе? Известно также, что в зале 10 исправных лампочек.» Экспериментатор предлагал ученику прочитать задачу, подумать и сказать, чему он может (хотел бы) поучиться на ней. (Если навыки чтения учащегося были слабы, то задачу помогал читать экспериментатор).

Ответы учащихся экспериментальных классов распределились таким образом.

В ЭК$_1$: 11 учащихся – учиться решать задачи с помощью чертежа; 10 уч. – учиться понимать задачу и искать её решение по рисунку; 12 уч. – учиться говорить задачу по-другому и записывать её кратко; 6 уч. – учиться разбивать задачу на части; 5 уч. – учиться проверять решение задачи; 3 уч. – учиться искать решение, рассуждая «от вопроса к данным»; 1 учащийся – учиться самостоятельно выполнять всё решение. Шести учащимся оказана помощь в конкретизации цели, так как ими были названы слишком широкие цели. Часть учащихся ставила перед собой две, а иногда и три учебные цели. Экспериментатор помогал ученикам остановиться на одной из них.

В ЭК$_2$: 13 учащихся – учиться решать задачу с помощью чертежа; 9 уч. – учиться говорить задачу по-другому и записывать её кратко; 8 уч. – учиться понимать задачу и искать её решение с помощью рисунка; 4 уч. – учиться искать решение, рассуждая «от вопроса к данным»; 1 уч. – учиться искать решение, рассуждая «от данных к вопросу»; 6 уч. – учиться проверять решение задачи; 3 уч. – учиться разбивать задачу на части; 2 учащихся – учиться задавать вопросы, помогающие понять задачу. Помощь в конкретизации цели была оказана 5 учащимся. Детям, назвавшим две или более цели, экспериментатор помогал принять одну из них.

Следует заметить, что дети чаще всего выбирали те учебные цели, предмет которых был наиболее знаком им, т.е. на достижение которых чаще всего на уроках направлялась их УД.

Менее освоенные приёмы выполнения этапов решения предметом учебной цели детей становились редко. Это говорит о том, что учащиеся предпочитают выбирать те учебные цели, в достижении которых (при рассмотрении других текстовых задач) они уже имели определённый успех. Иными словами, на первый план у большинства учеников выдвигались мотивы личного успеха, а не учебно-познавательные. Вопрос создания у учащихся устойчивых учебно-познавательных мотивов при осуществлении обучения решению текстовых задач, ориентированного на формирование УД, требует дальнейшей разработки.

После выбора учебной цели учащиеся выполняли целостный акт УД с необходимой долей помощи со стороны экспериментатора. Получены следующие результаты оценки уровня относительной сформированности УД детей в ситуации обучения решению текстовых задач. Учеников, обладающих высоким уровнем, в экспериментальных классах 4, средневысоким – 37, средненизким – 18, низким – 5.

Таким образом, в результате экспериментального обучения все учащиеся оказались подготовленными к осуществлению специфически учебной деятельности в ходе работы над задачей. Причём, во многих случаях прямая помощь экспериментатора была незначительной.

Абсолютное большинство учащихся контрольных классов (97 %) на вопрос «Чему бы ты мог или хотел поучиться по этой задаче?» ответили: «Не знаю». Только 3 ученика из $КК_2$ дали другие ответы. Вот они: «Я научусь, что тут краткая запись и что тут два действия.» (Саша К.); «Я бы хотел научиться её решать.» (Гриша А.); «Могу научиться думать.» (Ира В.). Как видим, только во втором ответе названа учебная цель, но и та в конечном итоге сводилась к получению решения данной задачи.

Для организации УД учащихся контрольных классов экспериментатор вынужден был сам задавать учебные цели, обеспечивать их понимание и принятие.

Осознанной целью деятельности может быть лишь та, предмет которой в определённой мере известен субъекту. Поэтому выбор учебной цели для каждого ученика осуществлялся на основе предварительного выяснения знаний учащихся о процессе решения задачи. На вопросы «Что значит «решить задачу»? большинство учащихся (89,5 %) сказало, что нужно задачу прочитать, подумать, записать кратко, записать решение и ответ. Экспериментатор уточнял: «Но чтобы записать решение, нужно уже знать его. Что надо делать, чтобы найти это решение?» Одни учащиеся не понимали последнего вопроса, другие (большая часть) говорили: «Надо быть внимательным», «Надо хорошо подумать». Очень немногие учащиеся дали другие ответы. Среди них интересен ответ Киры Д. ($КК_2$), которая привела несколько примеров конкретных видов задач и их решений: «Это когда кукол столько, а мячей на столько больше, то нужно прибавить …».

Анализ приведённой выше части беседы показал, что постановка перед учащимися контрольного класса учебной цели, предметом которой является, например, тот или иной способ осуществления отдельных этапов решения, возможна лишь после обеспечения опыта применения этого способа под руководством учителя. Так как решение почти всех задач на уроках в контрольных классах сопровождалось составлением краткой записи, то в качестве предмета цели экспериментатором была выбрана переформулировка текста задачи как основного и главного действия в составлении краткой записи.

Вначале экспериментатор предложил учащимся просто решить задачу, рассуждая вслух. И только потом организовал их УД. Рассуждения учеников протоколировались.

Наблюдения за деятельностью детей показали, что большинство учащихся контрольных классов уже после первого прочтения, недостаточно разобравшись в содержании задачи, начинают записывать её кратко. Так поступило 30 учеников из 34-х в $КК_1$ и 18 из 33 в $КК_2$. Остальные учащиеся, испытав затруднения в составлении краткой записи, попросили разрешения не делать её.

В $КК_1$ 16 учащихся при решении задачи действовали методом проб и ошибок. Выбрав в основном верно первое действие (6 + 2), вторым выполняли 10 + 6 или 10 + 8 и говорили, что задача решена. После замечания экспериментатора начинали предлагать другие действия. Большинство не могло объяснить, почему выполнялось то или иное действие. Серёжа Е. на вопрос, почему он к 6-ти прибавил 10, ответил: «Потому что из 6 нельзя вычесть 10». 9 человек после записи решения и ответа не могли сказать, на какой вопрос они ответили, не могли найти вопрос в тексте задачи. Остальные учащиеся, выбирая правильно первые действия, заканчивали решение, а узнав, что задача в 3 действия, вначале пытались отказаться от решения. Они мотивировали отказ тем, что они такие задачи не решали.

Экспериментатор подбадривал учащихся, говорил, что они вполне могут решить задачу. После этого дети называли в качестве третьего первое пришедшее на ум арифметическое действие.

Интересная ситуация была в $КК_2$. Так как простые задачи, составляющие рассматриваемую были хорошо известны детям, то прочитав задачу, они «видели», что она в 3 действия, но это их пугало. Прочитав задачу, сделав краткую запись (или не делая ее) учащиеся говорили: «Ой, эта задача в 3 действия, а мы такие не решали. Я не могу её решить». Так поступили первые три ученика, с которыми беседовал экспериментатор. Затем, для сокращения времени беседы экспериментатор сам сообщал, что задача в три действия и что она им по силам.

В $КК_2$ правильно выбрали первые два действия 20 человек из 33 (некоторым была оказана незначительная помощь), причём 14 учащихся после выполнения этих действий сказали, что задача решена. И только с помощью экспериментатора осознали, что на вопрос задачи они не ответили. 6 учащихся после записи ответа не смогли найти вопрос в тексте задачи.

Отмеченные выше результаты наблюдения за решением задач учащимися контрольных классов свидетельствуют о недостаточном первичном анализе содержания задачи, причиной чего является незнание первоклассниками способов проведения такого анализа.

После выполнения учащимися решения задачи (правильно или неправильно) экспериментатор организовывал выполнение ими целостного акта УД, направляемой осознаваемой учащимися целью: «Научиться говорить задачу по-другому, чтобы легче было понять её и искать решение». Так как это был первый опыт деятельности, в которой главной и осознаваемой учащимися целью являлась учебная цель, то все компоненты её выполнялись в основном под непосредственном руководством экспериментатора. Тем не менее некоторые учащиеся достаточно легко включались в эту деятельность, и уже в ходе её экспериментатор мог привлекать детей к выполнению отдельных операций, действий. Всё это учитывалось при оценке в баллах соответствующих признаков. Результаты получены следующие. Учащихся с высоким и средневысоким уровнем относительной сформированности УД нет, со средненизким – 15, с низким – 42, с очень низким – 10 учащихся.

Сопоставление этих оценок с оценками учащихся экспериментальных классов говорит о том, что в экспериментальных классах уровень относительно сформированной УД значительно выше, чем у учащихся контрольных классов.

Анализ результатов обучения в экспериментальных и контрольных классах позволяет сделать следующие **выводы**.

*В экспериментальных классах зафиксирован более высокий уровень умения решать текстовые задачи, чем в контрольных классах. Учащиеся экспериментальных классов обладают более обширными знаниями о процессе решения задач, о способах выполнения этапов решения, могут применять некоторые из них при решении задач, математический базис которых ими освоен.*

*В классах, обучавшихся по традиционной методике, абсолютное большинство учащихся (98 %) выделяет в процессе решения только чтение задачи, составление краткой записи, выполнение решения и запись ответа. В деятельности учащихся контрольных классов при решении задач наиболее полно представлен этап выполнения решения, наименее полно — этап первичного анализа.*

*Учащиеся экспериментальных классов в ситуации обучения решению тестовых задач проявили более высокий уровень относительно сформированной УД, чем учащиеся контрольных классов. Все ученики, прошедшие экспериментальное обучение, смогли перевести конкретно-практическую задачу на уровень учебной. При этом лишь 11-ти учащимся (15,5 %) была оказана помощь.*

*Учащиеся контрольных классов смогли осуществить целостный акт УД только при непосредственном руководстве экспериментатора.*

*Результаты обучающего экспериментатора показали эффективность разработанного в исследовании методического подхода к обучению решению текстовых задач.*

# ЛИТЕРАТУРА


1. Актуальные проблемы начального обучения математике/М.И. Моро, А.М. Пышкало и др. — М.: Педагогика, 1976. — 247 с.

2. *Алексеев Н.Г.* Познавательная деятельность при формировании осознанного решения задач. Дисс. … канд. психолог. наук. — М., 1975. — 150 с.

3. *Бабанский Ю.К.* Рациональная организация учебной деятельности. — М.: Знание, 1981. — 96 с.

4. *Балк М., Балк Г.* Поиск решения. — М.: Детская литература, 1983. — 144 с.

5. *Балл Г.А.* О системе основных понятий теории задач//В кн.: Теория задач и способов их решения. — Киев: ИК, 1974. — С. 57 – 68.

6. *Бантова М.А.* О проверке решения задач//Начальная школа, 1962. — № 7. — С. 62 – 66.

7. *Бантова М.А.* Усвоение учащимися общего метода работы над арифметической задачей//Начальная школа, 1964. — № 1. — С. 50 – 54.

8. *Бантова М.А.* Методика формирования знаний конкретного смысла арифметических действий//Начальная школа, 1979. — № 1. — С. 51 – 57.

9. *Бантова М.А., Бельтюкова Г.В., Полевщикова А.М.* Методика преподавания математики в начальных классах. — М.: Просвещение, 1984. — 335 с.

10. *Берцфаи Л.В.* К проблеме диагностики уровня сформированности учебной деятельности//В кн.: Обучение и развитие младших школьников/Под ред. Г.С. Костюка. — Киев, 1970. — С. 304 – 307.

11. *Берцфаи Л.В., Захарова А.В.* Исследование оценки как компонента учебной деятельности школьника//В кн.: Исследование интеллектуальных возможностей младшего школьника. Сб. статей и материалов к симпозиуму. — Ереван, 1975. — С. 201 – 204.

12. *Боголюбов А.Н.* Аналитико-синтетический метод решения задач в начальной школе//В кн.: Пути повышения успеваемости по математике/Под ред. Н.А. Менчинской и В.И. Зыковой. — М.: Изд-во АПН РСФСР, 1955. — С. 38 – 67.

13. *Боданский Ф.Г.* Учебная задача как способ организации самостоятельной деятельности младших школьников при усвоении математики//В кн.: Организация самостоятельной работы учащихся. — Лиепая, 1975. — С. 183 – 185.

14.*Болтянский В.Г.* Функции учебного оборудования и организация поиска решения задачи//Советская педагогика, 1975. — № 10. — С. 40 – 47.

15.*Болтянский В.Г., Григорян Э.В.* Микрокалькулятор в младших классах//Математика в школе, 1983. — № 5. — С. 24 – 29.

16.*Борчугова Г.И.* К методике обучения школьников IV – V классов анализу текстовых задач//Математика в школе, 1984. — № 1. — С. 37 – 38.

17.*Боцманова М.Э.* Психология овладения графическим методом анализа при решении задач в начальной школе. Дисс. … канд. пед. наук (по психологии). — М., 1966. — 124 с.

18.*Вагин В.В.* Учебные задачи урока математики//Начальная школа, 1979. — № 9. — С. 37 – 42.

19.*Васильева Г.Н.* Развитие самостоятельности учащихся в процессе решения геометрических задач (в обучении геометрии в шестом классе). Дисс. … канд. пед. наук. — М., 1982. — 198 с.

20.*Выготский Л.С.* Развитие высших психических функций/Под ред. А.Н. Леонтьева, А.Р. Лурия, Б.М. Теплова. — М.: Изд-во АПН РСФСР, 1960. — 500 с.

21.*Гальперин П.Я.* Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий//Исследования мышления в советской психологии/Под ред. Е.В. Шороховой. — М., 1966.

22.*Гаткевич Д.И.* О формировании общих способов решения задач у учащихся//В кн.: Актуальные вопросы методики преподавания математики/Сб. научн. трудов. — М.: МГПИ им. В.И. Ленина, 1975. — С. 32 –35.

23.*Горобец Г.К.* Особенности формирования у учащихся стратегий решения задач. Дисс. … канд. пед. наук. — Киев, 1970. — 266 с.

24.*Гульчевская В.Г.* Формирование рациональных способов решения задач у подростков//В кн.: Оптимизация процесса обучения/Под ред. Ю.М. Колягина. — М.: НИИ школ МП РСФСР, 1978. — С. 52 – 66.

25.*Гуревич В.Ю.* Формирование приёмов поиска решения задач на уроках математики в 6-ом классе. Дисс. … канд. пед. наук. — М., 1972. — 308 с.

26.*Гурова Л.Л.* Психологический анализ решения задач. — Воронеж: Изд-во Воронеж. ун-та, 1976. — 327 с.

27.*Давыдов В.В.* Виды обобщения в обучении. — М.: Педагогика, 1972. — 424 с.

28.*Давыдов В.В., Варданян А.У.* Учебная деятельность и моделирование. — Ереван, Луйс, 1981. — 220 с.

29.*Давыдов В.В., Маркова А.К.* Концепция учебной деятельности школьников//Вопросы психологии, 1981. — № 6. — С. 13 – 26.

30.*Данилова Е.Ф.* Как помочь учащимся находить путь к решению геометрических задач. 2-е изд., исправл. и дополн. — М.: Учпедгиз, 1961. — 143 с.

31.Деятельность//В кн.: БСЭ. — 3-е изд., 1972. — Т. 8. — С. 180 – 181.

32.Дидактика средней школы/Под ред. М.Н. Скаткина. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Просвещение, 1982. — 319 с.

33.*Дорофеев Г.В.* Проверка решения текстовых задач//Математика в школе, 1974. — № 5. — С. 37 – 45.

34.*Драган З.П.* К методике решения задач в IV классе//Математика в школе, 1983. — № 1. — С. 24 – 27.

35.*Егоров Ф.И.* Методика арифметики. 7-е изд. — М.-Пг, 1917. — 453 с. Гл. I. Задачи и другие упражнения на уроках арифметики. — С. 58 – 152.

36.*Еленьска Л.* Методика арифметики и геометрии в первые годы обучения/При участии Н.М. Русецкого. Пер. с польского. Пособие для учителей начальной школы. — М.: Учпедгиз, 1960. — 176 с.

37.*Занков Л.В., Аргинская И.И.* Математика. 1 класс. Экспериментальный учебник. — М.: Просвещение, 1979. — 159 с.

38.*Захарова А.В.* Формирование самооценки в учебной деятельности//В кн.: Психологические проблемы учебной деятельности школьника/Под ред. В.В. Давыдова. — М.: Советская Россия, 1977. — С. 242 – 249.

39.*Захарова А.В., Раимбекова Б.С.* О возрастных возможностях формирования компонентов учебной деятельности у первоклассников//В кн.: Экспериментальные исследования проблемы усовершенствования учебно-воспитательного процесса в начальных классах и подготовки детей в школе. Материалы II Всесоюзного симпозиума. Ч. I. — Тбилиси, 1974. — С. 73 – 83.

40.*Зельцер Д.Н.* К методике работы над задачей//Начальная школа, 1976. — № 2. — С. 41 – 47.

41.*Игнатьев В.А., Пчелко А.С., Шор Я.А.* Методика преподавания арифметики. М.: Учпедгиз, 1956. — 244 с.

42.*Казанский Н.Г., Назарова Т.С.* Дидактика (нач. классы). — М.: Просвещение, 1978. — 224 с.

43.*Канин Е.С., Нагибин Ф.Ф.* Заключительный этап решения учебных задач//В кн.: Преподавание алгебры и геометрии. — М.: Просвещение, 1982. — С. 131 – 138.

44.*Колягин Ю.М.* Задачи в обучении математике. Ч. 1. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. — М.: Просвещение, 1977. — 108 с.

45.*Колягин Ю.М.* Задачи в обучении математике. Ч. 2. Обучение математике через задачи и обучение решению задач. — М.: Просвещение, 1977. — 142 с.

46.*Колягин Ю.М.* Подготовка будущего учителя математики к использованию задач в школьном обучении//В кн.: Оптимизация процесса обучения/Под ред. Ю.М. Колягина. — М.: НИИ школ МП РСФСР, 1978. — С. 26 – 36.

47.*Колягин Ю.М.* Методические проблемы применения задач в обучении математике//В кн.: Преподавание алгебры и геометрии в школе. — М.: Просвещение, 1982. — С. 116 – 123.

48.*Колягин Ю.М., Оганесян В.А.* Учись решать задачи./Пособие для учащихся VII – VIII классов. — М.: Просвещение, 1980. — 96 с.

49.*Копнин П.В.* Диалектика как логика и теория познания. — М.: Наука, 1973. — 463 с.

50.*Крупич В.И.* Модель систематизации структур текстовых задач школьного курса математики//В кн.: Задачи как цель и средство обучения математике учащихся средней школы. — Л.: ЛГПИ им. А.И. Герцена, 1981. — С. 13 – 25.

51.*Латышев В.А.* Руководство к преподаванию арифметики. — 3-е изд. — М., 1904. — 176 с.

52.*Левенберг Л.Ш.* Вопросы использования графических изображений при решении математических задач в начальной школе. — Автореф. дисс. … канд. пед. наук. — Ташкент, 1975. — 25 с.

53.*Левенберг Л.Ш.* Рисунки, схемы и чертежи в начальном курсе математики. Из опыта работы/Под ред. М.И. Моро. — М.: Просвещение, 1978. — 126 с.

54.*Леонтьев А.Н.* Деятельность, сознание, личность. — М.: Политиздат, 1977. — 304 с.

55.*Лященко Е.И.* Задачи с дидактическими функциями в IV – V классах//Математика в школе, 1974. — № 1. — С. 12 – 15.

56.*Лященко Е.И.* Проблема задач в школьном курсе математики//В кн.: Задачи как цель и средство обучения математике учащихся средней школы. — Л.: ЛГПИ им. А.И. Герцена, 1981. — С. 3 – 13.

57.*Малкова Т.В., Монахов В.М.* Математическое моделирование — необходимый компонент современной подготовки школьника//Математика в школе, 1984. — № 3. — С. 46 – 49.

58.*Манукян С.П.* Целеобразование в обучении и пути его осуществления//В кн.: Новые исследования в педагогических науках. — М.: Педагогика, 1983. — № 2. — С. 25 – 27.

59.*Маркова А.К.* Практика школы и психологическое исследование учебной деятельности//В кн.: Психологические проблемы учебной деятельности/под ред. В.В. Давыдова. — М.: Советская Россия, 1977. — С. 10 – 14.

60.Математика: Учебник для первого класса/М.И. Моро, М.А. Бантова, Г.В. Бельтюкова. — 2-е изд., перераб. — М.: Просвещение, 1982. — 176 с.

61.Математика в 1 классе: Пособие для учителей/М.И. Моро, М.А. Бантова, Г.В. Бельтюкова. — 3-е изд., перераб. — М.: Просвещение, 1982. — 223 с.

62.Математика: Учебник для второго класса/М.И. Моро, М.А. Бантова. — М.: Просвещение, 1984. — 256 с.

63.Математика во втором классе: Пособие для учителя. — 3-е изд., перераб. — М.: Просвещение, 1983. — 160 с.

64.Математика: Учебник для третьего класса/А.С. Пчелко, М.А. Бантова, М.И. Моро, А.М. Пышкало. — 14-е изд. — М.: просвещение, 1983. — 207 с.

65.Математика в третьем классе: Пособие для учителя/А.С. Пчелко, М.А. Бантова, М.И. Моро, А.М. Пышкало. — М.: Просвещение, 1983. — 191 с.

66.Математика. 0 класс. Учебные задания и методические рекомендации. Ч. 1. — М.: НИИСиМО АПН СССР, 1979. — 125 с.

67.*Матюхина М.В., Цикина О.И.* Особенности целеполагания младших школьников. — В кн.: Учение и развитие школьников. — Волгоград: ВГПИ, 1980. — С. 14 – 21.

68.*Машбиц Е.И.* Психологический анализ учебной задачи. — Советская педагогика, 1973. — № 2. — С. 58 – 65.

69.*Машбиц Е.И.* О доопределении учебных задач//В кн.: Экспериментальные исследования проблемы совершенствования учебно-воспитательной работы в начальных классах и подготовки детей к школе. Материалы II Всесоюзного симпозиума. Ч. 1. — Тбилиси, 1974. — С. 375 – 389.

70.*Менчинская Н.А.* Интеллектуальная деятельность при решении арифметических задач. — Известия АПН РСФСР, 1946. — Вып. 111. — С. 99 – 134.

71.*Менчинская Н.А., Моро М.И.* Вопросы методики и психологии обучения арифметике в начальной школе. — М.: Учпедгиз, 1965. — 224 с.

72.Методика начального обучения математике/Под ред. Л.Н. Скаткина. — М.: Просвещение, 1972. — 335 с.

73.Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика: Учебн. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. институтов/Колягин Ю.М. и др. — М.: Просвещение, 1980. — 368 с.

74.*Моро М.И.* Самостоятельная работа учащихся при обучении решению задач//Начальная школа, 1961. — № 9. — С. 19 – 25.

75.*Моро М.И.* Обучение решению простых арифметических задач в 1 – 3 классах//Начальная школа, 1969. — № 11. — С. 26 – 33.

76.*Моро М.И., Пышкало А.М.* Методика обучения математике в 1 – 3 классах. — М.: Просвещение, 1978. — 336 с.

77.*Моро М.И., Степанова С.В.* Математика: Для подготовительных классов общеобразовательной школы и ст. (подгот.) групп дошкольных учреждений. Проб. учебник/Под ред. Ю.М. Колягина. — М.: Просвещение, 1984. — 144 с.

78.*Нагибин Ф.Ф.* Проблема учебных задач//В кн.: Методика преподавания математики в средней школе. — Свердловск, 1978. — С. 134 – 146.

79.*Нешков К.И., Семушин А.Д.* Функции задач в обучении. — Математика в школе, 1971. — № 3. — С. 4 – 7.

80.*Нешков К.И., Рудницкая В.Н., Пышкало А.М.* Математика. 1 класс. Учебные задания. Ч. 1. 3-е изд., перераб. — М.: НИИСиМО АПН СССР. — 119 с.

81.*Нешков К.И., Рудницкая В.Н., Пышкало А.М.* Математика. 2 класс. Учебные задания. Ч. I. — М.: НИИСиМО АПН СССР, 1974. — 117 с.

82.*Нешков К.И., Рудницкая В.Н., Пышкало А.М.* Математика. 2 класс. Учебные задания. Ч. II. — М.: НИИСиМО АПН СССР, 1974. — 128 с.

83.*Никитин Н.Н.* Решение арифметических задач в начальной школе. 5-е изд. — М.: Учпедгиз, 1952. — 150 с.

84.Обучение и развитие. (Экспериментально-педагогическое исследование/Под ред. действ. чл. АПН СССР Л.В. Занкова. — М.: Педагогика, 1975. — 440 с.

85.*Окунев А.А.* Приёмы воспитания навыков самообучения на уроках математики. — Математика в школе, 1984. — № 2. — С. 19 – 21.

86.Основы методики начального обучения математике/Под ред. А.С. Пчелко. — М.: Просвещение, 1965. — 376 с.

87.*Пидкасистый П.И.* Самостоятельная познавательная деятельность школьников в обучении: Теоретико-экспериментальное исследование. — М.: Педагогика, 1980. — 240 с.

88.*Пойа Д.* Как решать задачу. Пособие для учителей. Пер. с англ./Под ред. Ю.М. Гайдука. 2-е изд. — М.: Учпедгиз, 1961. — 207 с.

89.*Пойа Д.* Математическое открытие. — М.: Наука, 1970. — 452 с.

90.*Поляк Г.Б.* Обучение решению задач в начальной школе. — М.: Изд-во АПН РСФСР, 1950. — 248 с.

91.*Попова Н.С.* Методика преподавания арифметики в начальной школе. — Л.: Учпедгиз, 1955. — 403 с.

92.Программы начальной школы (городской и сельской). Наркомпрос РСФСР. — М.: Учпедгиз, 1932. — 161 с. Математика. — С. 4 – 14.

93.Программы начальной школы. Наркомпрос РСФСР. — М.: Учпедгиз, 1940. — 112 с. Математика. — С. 32 – 43.

94.Программы начальной школы. — М.: Учпедгиз, 1950. – 176 с. Арифметика. — С. 47 – 59.

95.Программы восьмилетней школы. Начальные классы. — М.: Учпедгиз, 1960. — 183 с. Арифметика. — С. 48 – 64.

96.Программы восьмилетней школы. Начальные классы. — М.: Просвещение, 1983. — 256 с. Математика. — С. 35 – 50.

97.*Пышкало А.М.* Некоторые проблемы совершенствования начального обучения. — Советская педагогика, 1972. — № 2. — С. 23 – 29.

98.*Пышкало А.М.* Совершенствование методов обучения и воспитания младших школьников — актуальная задача школы. — Начальная школа, 1982. — № 7. — С. 5 – 8.

99.*Репкин В.В.* О понятии учебной деятельности//В кн.: Вестник Харьк. ун-та. Психология, № 132, 1976. — С. 3 – 10.

100. *Репкин В.В.* Строение учебной деятельности//В кн.: Вестник Харьк. ун-та. Психология, № 132, 1976. — С. 10 – 15.

101. *Рубинштейн С.Л.* Основы общей психологии. — М.: Учпедгиз, 1946. — 704 с.

102. *Рудник А.В.* Переформулирование текста задачи как путь отыскания её решения//В кн.: Из опыта преподавания математики/Сост. А.Д. Семушин и С.Б. Суворова. — М.: просвещение, 1978. — С. 119 – 128.

103. *Рудницкая В.Н.* Приём, облегчающий решение задач//Начальная школа, 1981. — № 9. — С. 31 – 35.

104. *Рудницкая В.Н.* Особенности типовых программ, структуры и содержания курса математики для подготовительного и I – III классов общеобразовательных школ//В кн.: Обучение и воспитание детей с шестилетнего возраста в общеобразовательной школе: Сб. науч. тр./Отв. ред. А.М. Пышкало и др. — М.: Изд-во АПН СССР, 1983. — С. 38 – 54.

105. *Рузин Н.К.* Познавательные и развивающие функции задач в обучении математике учащихся начальных классов средней школы. — Автореф. дисс. … канд. пед. наук. — М., 1971. — 24 с.

106. *Рузин Н.К.* Задача как цель и средство обучения математике//Математика в школе, 1980. — № 4. — С. 13 – 15.

107. *Саранцев Г.И.* О методике обучения школьников поиску решения математических задач//В кн.: Преподавание алгебры и геометрии в школе. — М.: Просвещение, 1982. — С. 123 – 131.

108. *Сейдулаев Б.А.* Формирование действий контроля в учебной деятельности младших школьников//В кн.: Психологические проблемы учебной деятельности. М.: Советская Россия, 1977. — С. 63 – 69.

109. *Сельдюкова С.И.* Нестандартные задачи в обучении младших школьников математике. — Автореф. дисс. … канд. пед. наук. — М., 1982. — 16 с.

110. *Скаткин Л.Н.* Обучение решению простых и составных арифметических задач. — М.: Учпедгиз, 1963. — 183 с.

111. *Сманцер А.П.* Функции задач в обучении школьным предметам в условиях научно-технической революции. — Автореф. дисс. … канд. пед. наук. — Минск, 1975. — 24 с.

112. *Смульсон М.Л.* Исследование процесса формирования эффективных стратегий решения задач. Дисс. … канд. психол. наук. — Киев, 1979. — 179 с.

113. Совершенствование обучения младших школьников/Под ред. А.М. Пышкало. — М.: Педагогика, 1984. — 128 с.

114. *Соснина Г.М.* Формирование самоконтроля в процессе овладения первоклассниками умением решать простые арифметические задачи. Автореф. дисс. … канд. пед. наук. — М., 1980. — 16 с.

115. Учение//В кн.: Педагогическая энциклопедия. Т. 4. — М., 1968. — С. 430 – 432.

116. Формирование учебной деятельности школьников/Под ред. В.В. Давыдова, И. Ломпшера, А.К. Марковой. — М.: Педагогика, 1982. — 216 с.

117. *Фридман Л.М.* Логико-психологический анализ школьных учебных задач. — М.: Педагогика, 1977. — 207 с.

118. *Фридман Л.М.* Психолого-педагогические основы обучения математике в школе. — М.: Просвещение, 1983. — 160 с.

119. *Фридман Л.М., Джумаев К.К.* О некоторых вопросах использования задач в обучении//Советская педагогика, 1974. — № 6. — С. 50 – 55.

120. *Фридман Л.М., Турецкий Е.Н.* Как научиться решать задачи. — М.: Просвещение, 1984. — 175 с.

121. *Царёва С.Е.* Проверка выбора действия при решении простых задач//Начальная школа, 1981. — № 9. — С. 35 – 37.

122. *Царёва С.Е.* Первые уроки по изучению площади//Начальная школа, 1981. — № 10. — С. 39 – 42.

123. *Царёва С.Е.* Различные способы решения задач и различные формы записи решения//Начальная школа, 1982. — № 2. — С. 39 – 41.

124. *Царёва С.Е.* Проверка решения задачи и формирование самоконтроля//Начальная школа, 1984. — № 2. — С. 31 – 35.

125. *Шамова Т.И.* Активизация учения школьников. — М.: Знание, 1979. — 96 с.

126. *Шикова Р.Н.* Методические недочёты при обучении решению задач//Начальная школа, 1980. — № 11. — С. 47 – 49.

127. *Шохор-Троцкий С.И.* Цель и средства преподавания математики с точки зрения требований общего образования. — Спб., Журнал «Русская школа», 1892. — 116 с.

128. *Шохор-Троцкий С.И.* Чему и как учить на уроках арифметики. Вып. 1. — М.-Спб., 1899. — 72 с.

129. *Шпитальский Е.* Образовательное значение арифметических задач в связи с аналитическим приёмом и графическим способом их решения. — М., 1904. — 38 с.

130. *Щедровицкий Г.П.* Тематизация, развёртывание целей, постановка проблем, анализ задач и планирование в процессе рассуждения//В кн.: Деятельность и психические процессы. Тезисы докладов V Всесоюзного съезда психологов СССР. — М., 1977. — С. 90 - 91.

131. *Эльконин Д.Б.* Психология обучения младшего школьника. — М.: Знание, 1974. — 64 с.

132. *Эльконин Д.Б.* Психологические вопросы формирования учебной деятельности в младшем школьном возрасте//В кн.: Вопросы психологии обучения и воспитания. Тезисы докл. — Киев, 1961. — С. 12 – 14.

133. *Якиманская И.С.* Развивающее обучение. — М.: Педагогика, 1979. — 144 с.

134. *Янковская Н.А.* Проблема методического обеспечения учебной деятельности младших школьников в процессе обучения математике. Автореф. дисс. … канд. пед. наук. — М., 1979. — 16 с.

# СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ АВТОРА ПО ТЕМЕ ИССЛЕДОВАНИЯ 1985–1998 гг


1. *Царёва С.Е.* Приёмы первичного анализа задач//Начальная школа, 1985, № 9. — С. 46–49.

2. *Царёва С.Е.* Методические рекомендации по изучению геометрических величин в начальной школе. — Новосибирск, Изд-во НГПУ, 1985. — 72 с.

3. *Царёва С.Е.* Один из способов проверки решения задач // Начальная школа, 1988. — № 2. — С. 52–56.

4. *Царёва С.Е.* Продолжаем обсуждение программы // Начальная школа, 1988. — № 8. — С. 77 – 80.

5. *Царёва С.Е., Шикова Р.Н.* Текстовые задачи и их решение (в кн.: Стойлова Л.П., Пышкало А.М. Основы начального курса математики: Учебное пособие для учащихся педучилищ… . — М.: Просвещение, 1988. — С. 43–61.

6. *Смолеусова Т.В., Царёва С.Е.* Об умении учителя начальных классов решать текстовые задачи//В сб.: Проблемы повышения эффективности подготовки учителя начальных классов без отрыва от производства в условиях сокращённого срока обучения. — М.: МГЗПИ, 1990. — С. 81 – 86.

7. *Царёва С.Е.* Виды работы с задачами на уроках математики//Начальная школа, 1990. — № 10. — С. 37–40.

8. *Царёва С.Е.* Различные способы решения задач//Начальная школа, 1991. — № 2. — с. 78 – 81.

9. *Рудакова Е.А., Царёва С.Е.* Разбор задачи с использованием графических схем//Начальная школа, 1992. — № 11–12. — С. 14–19.

10. *Царёва С.Е.* Формирование учебной деятельности младших школьников при обучении решению текстовых задач//В сб.: Обучение и воспитание младшего школьника. — Ярославль, ЯГПИ им. К.Д. Ушинского, 1993. — С. 38–49.

11. *Царёва С.Е., Смолеусова Т.В.* Практические занятия по теме «Методы и способы решения задач». — Новосибирск, НГПУ, 1993. — 44 с.

12. *Царёва С.Е.* Математика и конструирование. Программа для начальной школы. — Новосибирск, 1994. — 44 с.

13.*Царёва С.Е.* Введение произвольных единиц величин при решении задач//Начальная школа, 1993. — № 5. — С. 60 – 63.

14.*Царёва С.Е.* Обучение решению задач//Начальная школа, 1997. — № 11. — С. 93 – 98; 1998. — № 1. — С. 102–107.

15.*Царёва С.Е.* Введение удобных единиц измерения как метод решения задач//Математика в школе, 1997. — № 6. — С. 58–61.

# О Г Л А В Л Е Н И Е

Монография

***Царёва Светлана Евгеньевна***

ОБУЧЕНИЕ РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ,
ОРИЕНТИРОВАННОЕ НА ФОРМИРОВАНИЕ УЧЕБНОЙ
ДЕЯТЕЛЬНОСТИ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

Редактор ***Н.П. Царёв***
Технический редактор ***О.А. Осинцева***
Компьютерные набор и вёрстка ***И.А. Поляков***

Подписано к печати 05.08.98. Формат бумаги 60×84/16. Печать офсетная.
Уч.-изд.л. 9,75. Усл.п.л. 9,25. Тираж 500. Заказ №

Изд-во НГПУ, 630126, г. Новосибирск-26, ул. Вилюйская, 28.

ГП Полиграфкомбинат
630007, г. Новосибирск, Красный проспект, 22.